

Instructions for translators

1. Open this file on GitHub server. If you see `https://um.mendelu.cz/...` in URL, click View on GitHub to open this file on github.com.
2. If you see this file on GitHub server, you can edit the content of the file. Open the file in an editor. You can use simple editor (press e on GitHub). However, an advanced VS Code editor (press . on GitHub) is better, since it provides preview how the Markdown code renders. Alternatively press pencil for simple editor or press triangle next to the pencil to get access to VS Code described as `github.dev`.
3. Fix the keywords in the preamble.
4. Depending on which language version you want to use as a source for your translation, delete either English or Czech version below.
5. Translate to your language. Keep Markdown marking and math notation. If you use a tool to get first version of the translation, make sure that the markup is preserved.
6. In VS Code you can open the preview in another window by pressing `Ctrl+V` and `K`. Keep the preview open as you work, or close using a mouse.
7. Instead of saving, you have to commit and push the changes to the repository. Fill the Message under Source control (describe your changes, such as “Polish translation started”) and then press Commit&Push.
8. Make sure that your changes appear in the commit history. In rare cases (if you work with simultaneously with someone else) you have to download /Pull/ and merge his and yours changes. Usually Sync (Pull & Push) should work.
9. When you finish the translation, change `is_finished: False` in header to `is_finished: True`.

Instrukce pro překladaatele

1. Otevřete tento soubor na serveru GitHub. Pokud máte soubor otevřen na `https://um.mendelu.cz/...`, otevřete jej na serveru github.com.
2. Pokud tento soubor vidíte na serveru GitHub, můžete obsah souboru upravit. Otevřete soubor v editoru. Můžete použít jednoduchý editor (stiskněte e na GitHubu). Lepší je však pokročilý editor VS Code (stikněte . na GitHubu), protože poskytuje náhled, jak se kód Markdown interpretuje. Případně stiskněte tužku pro jednoduchý editor nebo stiskněte trojúhelníček vedle tužky, abyste získali přístup k editoru VS Code popsany jako `github.dev`.
3. Opravte klíčová slova v preambuli.
4. V závislosti na tom, kterou jazykovou verzi chcete použít jako zdrojový kód pro svůj překladu, odstraňte níže uvedenou anglickou nebo českou verzi.
5. Přeložte do svého jazyka. Ponechte značení Markdown a matematický zápis. Pokud použijete nástroj typu DeepL pro získání první verze překladu, ujistěte se, že zápis matematických výrazů byl zachován.
6. Ve VS Code můžete náhled otevřít v jiném okně stisknutím `Ctrl+V`. a `K`. Během práce nechte náhled otevřený nebo jej zavřete pomocí myši.
7. Místo uložení musíte změny zaregistrovat a odeslat do úložiště. Vyplňte zprávu v poli Zpráva (popište své změny, např. “Zahájen překlad do polštiny”) a poté stiskněte tlačítko Commit&Push.

8. Ujistěte se, že se vaše změny objeví v historii revizí. Ve výjimečných případech (pokud pracujete současně s někým jiným) musíte stáhnout /Pull/ a sloučit jeho a vaše změny. Obvykle by synchronizace (Pull & Push) měla fungovat.
9. Po dokončení překladu změňte `is_finished`: `False` v záhlaví na `is_finished`: `True`.

Czech source

Matematika ukrytá v listu papíru

Keywords: sequences and series, ratio, geometric sequence, arithmetic sequence

Formáty papíru

Mezinárodní standard formátů papíru je dán normou ISO 216 a zahrnuje dvě základní řady. Řada A obsahuje formáty A0-A10 a řada B formáty B0-B10. Tato norma je založena na původní normě DIN 476, která se používala již od roku 1922 v Německu. Vytvořil ji německý matematik a fyzik Walter Porstmann.

Obě řady mají dvě společné základní vlastnosti:

1. Všechny formáty jsou navzájem podobné pravoúhelníky.
2. Menší formát vzniká z většího rozpůlením, tj. rozdělením na dva navzájem osově souměrné pravoúhelníky.¹

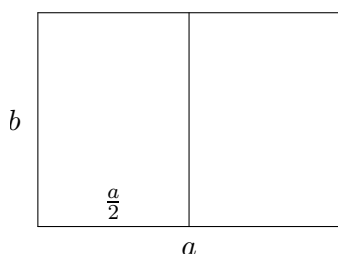
Tyto vlastnosti nejsou náhodně zvolené. Mají jednak estetický význam a jednak svoje praktické využití. Například každý list papíru v daném systému se dá vyrobit z největšího kusu prostým řezáním a nevzniká žádný odpad.

Řady A i B dále mají každá jistou speciální vlastost navíc:

- U řady A navíc platí, že obsah největšího papíru A0 je 1 m^2 .
- U největšího formátu B0 řady B pak platí, že jeho kratší strana má délku 1 m.

Úloha 1. Určete koeficient podobnosti (zmenšení) dvou po sobě následujících formátů papíru a určete také poměr sousedních stran, které musí každý z formátů dodržet.

¹Délky stran formátů, které vznikly rozpůlením, jsou zaokrouhleny na celé milimetry směrem dolů. Nejčastěji používaný formát A4 má rozměry $210 \times 297 \text{ mm}$.



Obr. 1: Označení pro Úlohu 1

Úloha 2. Vypočítejte rozměry největšího formátu A0, jestliže víte, že mají jeho délky stran celočíselné velikosti v mm a jeho obsah je co možná nejbližší jednomu čtverečnímu metru.

Úloha 3. Řada formátů B má kromě společných vlastností platných pro obě řady A i B také tu vlastnost, že délka kratší strany největšího formátu B0 je rovna jednomu metru. Ukažte, že pokud formát A0 bude mít obsah přesně jeden metr čtvereční a připustíme-li u všech formátů neceločíselné rozměry, platí pro každé nezáporné celé číslo n vztah

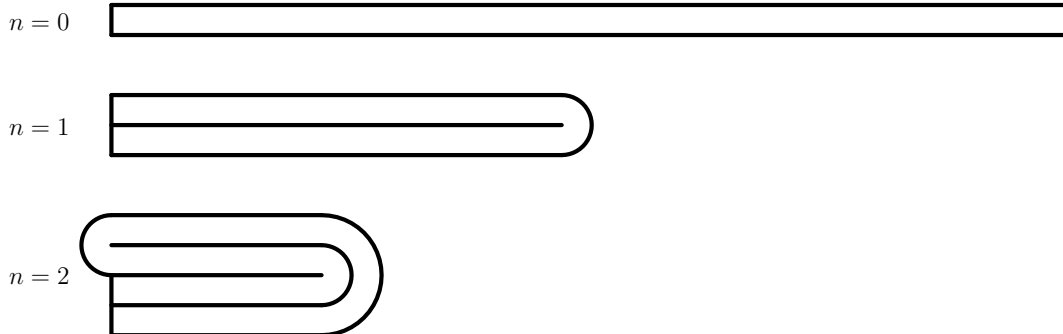
$$S(B(n+1)) = \sqrt{S(A(n)) \cdot S(A(n+1))},$$

tj. obsah formátu $B(n+1)$ je geometrickým průměrem obsahů formátů $A(n)$ a $A(n+1)$.

Skládání papíru

Možná vás už někdy napadla otázka, kolikrát je možné přeložit papír formátu A4 napůl a možná jste si to i sami vyzkoušeli. Pravděpodobně vás ale ani nenapadlo, že odpověď na tuto otázku může dát matematik, aniž by papír musel vůbec překládat.

Představme si následující jednoduchý model překládání papíru.



Obr. 2: Model přeložení papíru

Při přeložení papíru napůl se nám vždy část papíru spotřebuje na vytvoření skladu. Jeho tvar si můžeme

Results matter!

modelovat jako polovinu kružnice, jejíž poloměr je roven tloušťce papíru. Navíc si také můžeme všimnout, že papír se při překládání vrství. Na začátku máme jen jednu vrstvu, po prvním přeložení dvě vrstvy, po druhém přeložení čtyři vrstvy atd. V dalších úlohách budeme pracovat s tímto modelem.

Úloha 4. Jaká by byla tloušťka navrstveného kancelářského papíru po čtyřech, sedmi, deseti, jednadvaceti a dvačtyřiceti přeloženích? Předpokládejme, že tloušťka našeho listu papíru je $t_0 = 0,1$ mm.

Dle výsledků předchozí úlohy je vidět, že pro překládání papíru musí existovat nějaký limit. Jednou z možností, jak tento limit poznat, je zkoumání kolik papíru se nám při překládání vlastně ztrácí při vytváření skladu.

Úloha 5. Jaké množství papíru se “ztratí” při jeho skládání?

Úloha 6. Kolikrát je možné přeložit typický kancelářský papír formátu A4 o tloušťce 0,1 mm?

Pro zajímavost dodejme, že jako první rovnici z Úlohy 5 odvodila středoškolská studentka Britney Gallivan z Kalifornie, která je momentálně držitelkou světového rekordu v Guinnessově knize rekordů za největší počet přeložení papíru napůl. Celkem přeložila papír dvanáctkrát. K tomu ovšem nemohla použít normální papír formátu A4, ale použila toaletní papír délky 1 219 metrů. Navíc použila jinou techniku skládání (střídala směry).

Literatura

1. Niss, Mogens; Bluem Werner. *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*, Routledge 2020, 978-1-315-18931-4
2. *Most times to fold a piece of paper*. <https://www.guinnessworldrecords.com/world-records/494571-most-times-to-fold-a-piece-of-paper>
3. *Wikipedia. Paper size*. https://en.wikipedia.org/wiki/Paper_size

English source

Not available on July 10. If you want to start from English translation, wait until it appears on <https://um.mendelu.cz/math4u/site/> and copy the English text by hand.