Anamorfosis

Keywords: geometría en el espacio, anamorfosis, cuerpos sólidos, proyección, proyección central, perspectiva

Anamorfosis en las bellas artes

La anamorfosis es un tipo de arte visual en el que una parte de un plano o espacio, vista desde un ángulo determinado, revela una imagen oculta. La anamorfosis depende de que el observador encuentre el punto de vista adecuado. Esta forma de arte tiene una larga y rica historia. Una de las pinturas más famosas que utiliza la anamorfosis es "Los embajadores" (1533), del pintor alemán Hans Holbein el Joven (1497 – 1543).

Figura 1: Los embajadores

En la parte inferior del cuadro hay un extraño objeto alargado. Solo se puede apreciar si te colocas contra la pared cerca del marco derecho del cuadro y miras en esa dirección. Si encuentras la posición adecuada para mirar, verás que es una calavera.

El arte anamórfico también puede utilizar reflejos de pinturas o esculturas en un cilindro[1].

Hacia finales del siglo XX, el arte anamórfico experimentó un gran resurgimiento en la fotografía, el dibujo y las instalaciones a gran escala. Algunos artistas crean imágenes anamórficas a partir de objetos

[1] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Anamorphic_frog_sculpture_by_Jonty_Hurwitz.jpeg.

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.
Funded by the European Union

cotidianos como aparatos electrónicos, zapatos y calcetines[2]. También encontramos anamorfosis en el arte callejero. A menudo, se trata de dibujos en la acera, la calle o la pared que sorprenden a un transeúnte y lo detienen un instante. Puede tratarse de un dibujo que parece un agujero en el suelo en el que corres el riesgo de caer, piernas que asoman por una pared o un canal, etc. Las anamorfosis basadas en la proyección central resultan más convincentes si las observamos con un solo ojo o a través de una lente. Sin embargo, si el centro de la proyección está lo suficientemente alejado del objeto observado, está bien sombreado o su entorno refuerza de algún modo la impresión de espacio, la ilusión es más convincente.

Uso práctico

En la industria cinematográfica, a veces se utilizan cámaras con lentes anamórficas para grabar películas. Estas se diseñaron originalmente para que las imágenes de formato ancho aprovecharan al máximo el área de los fotogramas estándar de 35mm. De lo contrario, las imágenes de formato ancho dejarían sin utilizar la parte superior e inferior del fotograma. A pesar de la llegada de los sensores digitales de alta resolución, las lentes anamórficas se siguen utilizando hoy en día por la apariencia única de la imagen resultante.

Algunas ciudades introdujeron cruces peatonales que, en algún momento, parecían prismas levitando a los ojos de los conductores que se aproximaban. Tras un breve periodo de prueba, la mayoría de estos cruces se cancelaron porque los conductores frenaban demasiado bruscamente delante de ellos.

La técnica de proyección anamórfica se puede observar en algunos estadios deportivos, donde se utiliza para promocionar logotipos de empresas pintados en el campo de juego. Desde el ángulo de la cámara de televisión, las letras parecen estar en posición vertical dentro del campo de juego.

Anamorfosis de cuerpos básicos

En el siguiente texto y ejemplos, crearemos anamorfosis de cuerpos básicos mediante proyección central sobre un plano. El plano en el que dibujaremos estas imágenes anamórficas se denominará plano de proyección. El plano de proyección será el papel sobre el que dibujaremo. Esto nos limitará el tamaño de los objetos. Observaremos las imágenes resultantes a través de la cámara de un teléfono móvil o una cámara fotográfica. Si tienes la oportunidad, puedes crear imágenes anamórficas en exteriores, idealmente lejos del tráfico.

Pirámide y cono

Probablemente sea más fácil crear imágenes anamórficas de una pirámide y un cono, siempre que sus bases se encuentren en los planos de proyección. Expliquemos el principio en una pirámide. Además del cuerpo, es necesario especificar el centro de proyección S y su proyección perpendicular sobre el plano de proyección S_1. Podemos imaginar el centro de proyección como el ojo del observador. La proyección perpendicular es el lugar donde se sitúa el observador. La distancia $S_1S = d$ es, por lo tanto, la distancia del centro de proyección al plano de proyección. Para una pirámide tetraédrica regular, denotamos de forma similar su vértice como V y la proyección perpendicular del vértice sobre el plano de proyección V_1. La intersección de la línea SV (el llamado rayo de proyección) con el plano de proyección se obtiene entonces como la intersección de la línea SV con la línea S_1V_1 (véase la siguiente figura a la izquierda).

[2] https://www.youtube.com/watch?v=y___zPc3MZm4.

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.
Funded by the European Union

Es recomendable esbozar una imagen de este tipo al pensar en cómo funciona la ilusión y cómo se verá la proyección central. Sin embargo, esta imagen espacial no es necesaria para determinar la anamorfosis de la pirámide.

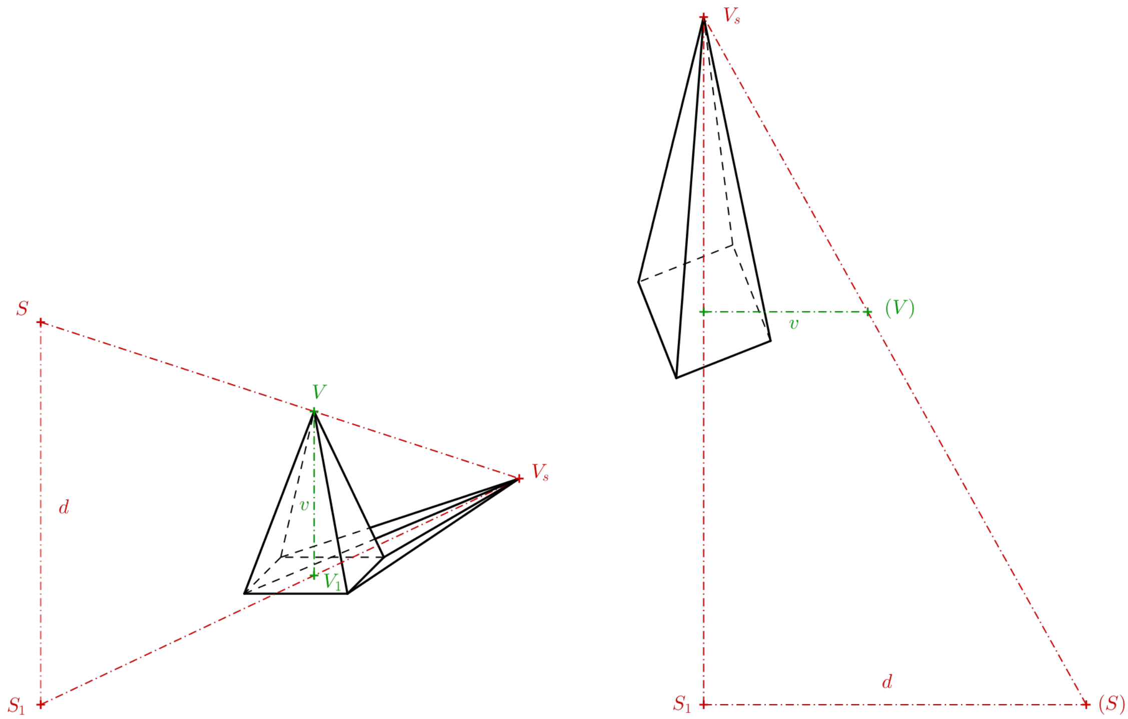

Figura 2: Anamorfosis piramidal

Lo único que nos importa es el trapezoide S_1V_1VS, que también podemos representar en la proyección como el trapezoide $S_1V_1(V)(S)$(imagen anterior a la derecha). Los puntos que antes estaban en el espacio fuera de la proyección (puntos V y S) ahora se muestran entre paréntesis en la proyección para distinguirlos. Los puntos (V) y (S) se crearon rotando el plano S_1VS en $90°$ hacia la tangente alrededor de la línea S_1V_1. Si conocemos la altura de la pirámide, la distancia del ojo del observador a la proyección y la distancia S_1V_1, podemos dibujar el trapezoide. Al extender sus lados no paralelos, obtenemos el punto de intersección V_s.

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.
Funded by the European Union

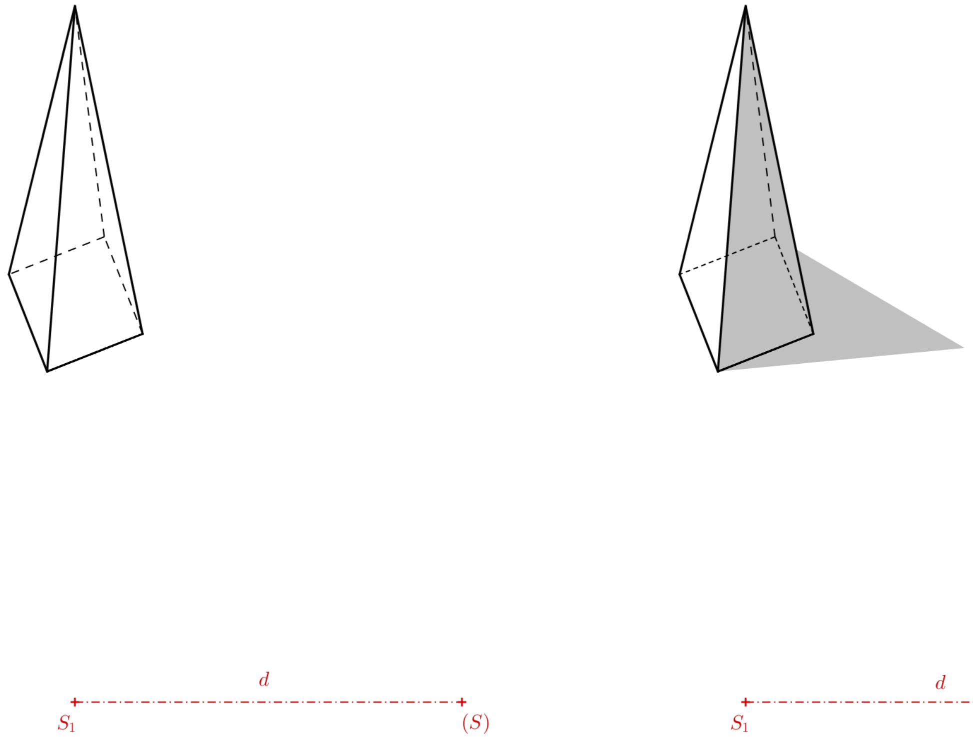

Figura 3: Anamorfosis piramidal

El resultado (ver la imagen anterior a la izquierda) se dibuja mejor sin líneas auxiliares. Podemos observarlo a través del ojo de la cámara. Al observar a través del ojo de la cámara, observamos que los bordes invisibles de la base inferior se dibujan mejor con una línea discontinua más densa que la proyección del borde lateral invisible. Para que la pirámide parezca creíble, sombreamos la imagen. Solo podemos estimar la sombra; podemos elegir la sombra proyectada por la cima. La anamorfosis de la pirámide está completa; para que la ilusión funcione, la cámara de la cámara debe estar colocada sobre el punto S_1 a una altura igual a la distancia$S_1(S)$. La imagen resultante, vista a través del ojo de la cámara, debería ser similar a la siguiente imagen.

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.
Funded by the European Union

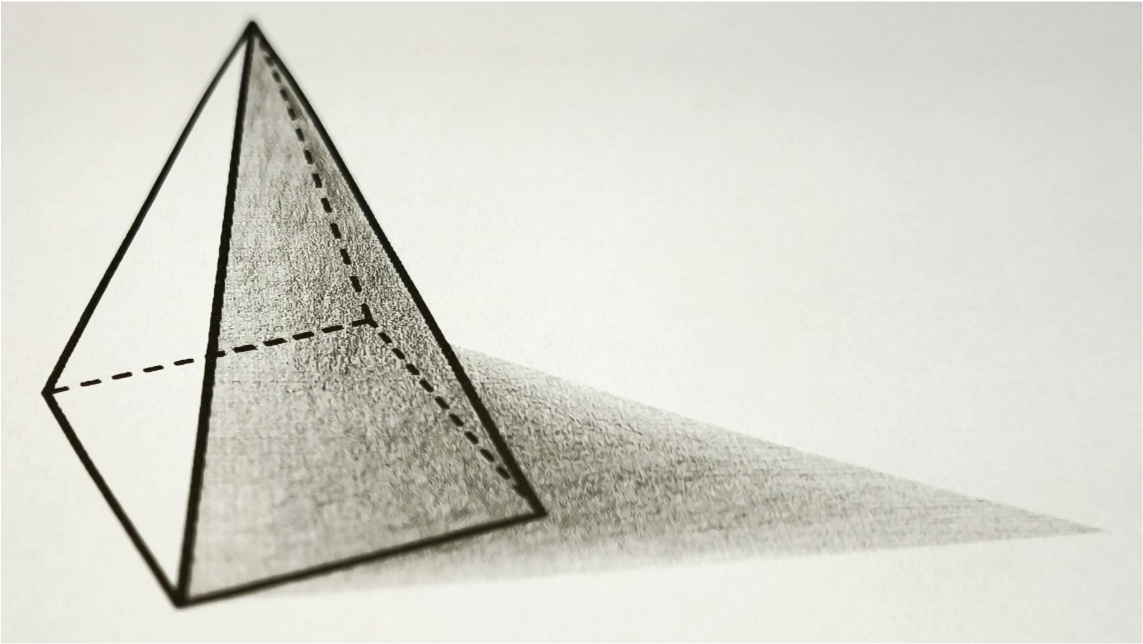

Figura 4: Anamorfosis de una pirámide, vista de cámara desde el centro S

Tarea 1. Queremos dibujar una figura en el suelo que se parezca a un cono con una altura de $1\,\mathrm{m}$ y una base con un radio de $r = 0{,}4\,\mathrm{m}$ en el espacio. De nuevo, señalaremos el centro de proyección como S y su proyección perpendicular como S_1. Supongamos que el ojo de un observador promedio está a una altura de $150\,\mathrm{cm}$ del suelo. ¿A qué distancia debe estar V_s de V_1 (V_s es la proyección central del vértice del cono sobre el plano de proyección, V_1 es la proyección perpendicular del vértice del cono sobre el plano de proyección)?

Tarea 2. Tenemos una circunferencia base k con centro V_1 y punto V_s (ver figura para la tarea). Ahora imaginemos un cono de revolución en el espacio con una circunferencia base k y centro de proyección S, tal que V_s es la proyección central del vértice del cono. V_1 es la proyección perpendicular del vértice del cono sobre el plano de proyección (en el papel). Determinemos el contorno de la proyección central del cono.

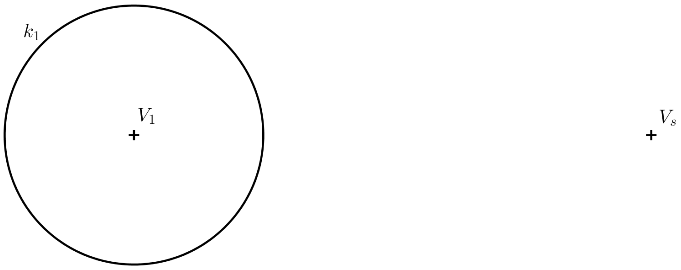

Figura 5: Instrucciones de la Tarea 2

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.
Funded by the European Union

Tarea 3. Para resolver el problema anterior, determine la posición del centro de S (usando S_1 y (S)), si conocemos la altura v del cono espacial y $d = |S_1S|$. Mira la siguiente figura para la tarea; las longitudes v y d están dadas por líneas.

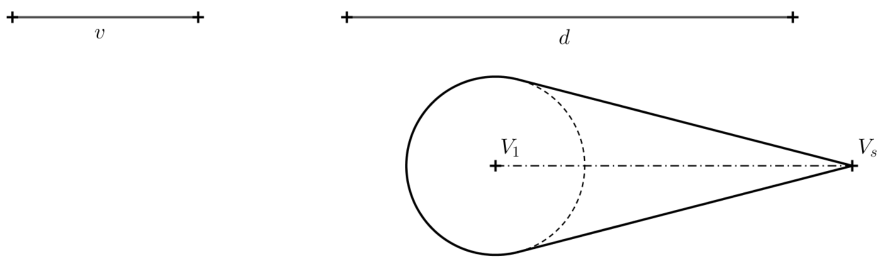

Figura 6: Instrucciones de la Tarea 3

Prisma y cilindro

Al representar anamórficamente un prisma y un cilindro, utilizaremos la equivalencia. Explicaremos por qué esto es así utilizando el ejemplo de un cubo en la siguiente figura. Entre la base superior del cubo y su proyección, existe una relación de equivalencia en el espacio con el centro S (esto se deduce de la semejanza de triángulos). Dado que la base inferior del cubo es también la proyección perpendicular de la base superior sobre el plano de proyección, entonces la relación de equivalencia entre la base inferior y la proyección central de la base superior con el centro de equivalencia S_1 funciona.

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.

Funded by the European Union

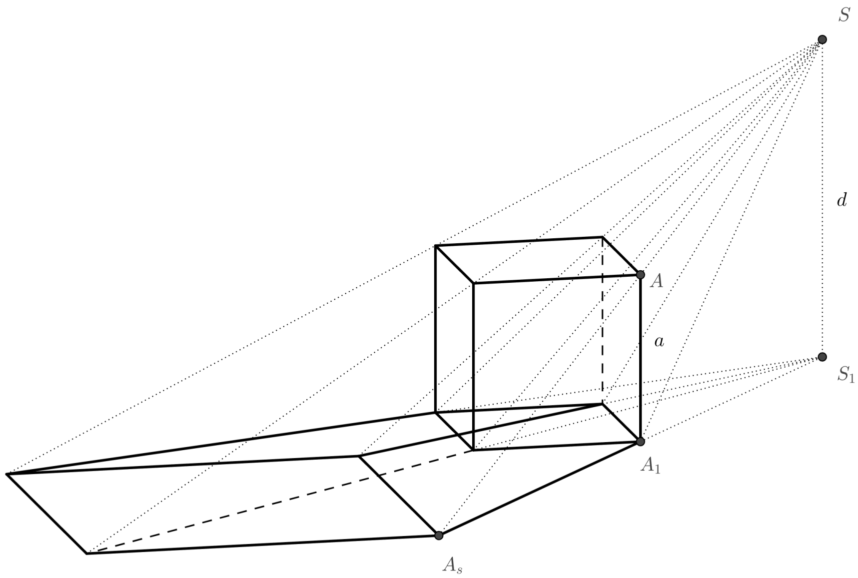

Figura 7: Anamorfosis de un cubo

Tarea 4. Determinar la anamorfosis del cubo. El cuadrado de la base inferior está dado por los vértices opuestos A_1, C_1. A continuación, se da la posición del punto S_1 (la proyección perpendicular del centro de proyección S), la longitud d está dada por el radio del círculo k.

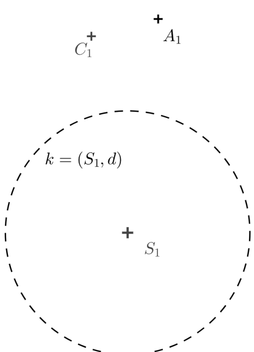

Figura 8: Instrucciones de la Tarea 4

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.
Funded by the European Union

Tarea 5. Dados dos círculos de diferentes tamaños, consulta la siguiente figura para la tarea. Determina su centro de simetría S_1 y sus tangentes comunes de modo que la imagen resultante sea una anamorfosis de un cilindro.

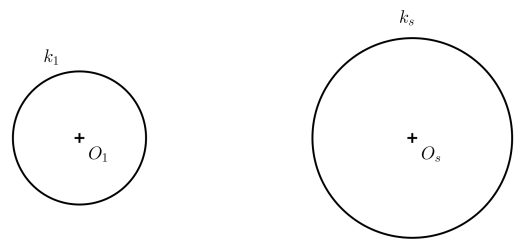

Figura 9: Instrucciones de la Tarea 5

Tarea 6. El coeficiente de uniformidad $H(S, k)$ en el ejemplo anterior, que representa O_1 na O_s es $k = 1{,}5$. ¿Cuál debe ser la relación $d : v$, donde $d = |S_1S|$ y $v = |O_1O|$ (la altura del cilindro imaginario en el espacio) para que funcione la ilusión espacial?

Referencias y bibliografía

Bibliografía

https://en.wikipedia.org/wiki/Anamorphosis

Fuentes de las imágenes

- Los embajadore `https://en.wikipedia.org/wiki/File:Hans_Holbein_the_Younger_-_The_Ambassadors_-_Google_Art_Project.jpg`
- Cráneo (detalle del cuadro Los Embajadores visto desde la ubicación correcta) `https://en.wikipedia.org/wiki/File:Holbein_Skull.jpg`

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.
Funded by the European Union