



Math4You

2023–2025

Vektory

Vektory jsou důležité v matematice i fyzice. V matematice se jimi zabývá lineární algebra, vektor je většinou definován jako orientovaná úsečka v n -dimenzionálním prostoru. Ve fyzice se pomocí vektorů popisují veličiny jako rychlost a zrychlení pohybujícího se objektu, síly na něj působící, posunutí či elektromagnetické pole. Dvě stejně velké orientované úsečky mířící stejným směrem znázorňují ten samý vektor.

Dalším oborem, kde se pojem vektor vyskytuje je informatika. Tam je vektorem často myšlen jen uspořádaný seznam položek (nemusí to být jen čísla). Vektory jsou efektivním způsobem, jak organizovat a ukládat objekty a kolekce objektů v kontejnerech pro použití například v aplikacích strojového učení.

V informatice ale existuje i oblast, kde se vektory používají tím způsobem, jakým jsou definovány v matematice či fyzice. Touto oblastí je prostředí počítačových her. Zvládnutí práce s vektory je dokonce jedním ze základních stavebních kamenů k tomu, stát se programátorem her.

Poznámka: Takových základních stavebních kamenů je třeba samozřejmě mnohem více. Kromě příslušného programovacího nástroje je třeba také znát matice transformací, jako je posunutí, otočení atd., které pak na vektory uplatňujeme. V následujících úlohách se chceme zaměřit jen na operace s vektory.

V závislosti na tom, zda vytváříte 2D nebo 3D hru mají vektory dva nebo tři rozměry a obecně se používají k reprezentaci geometrických vlastností objektů v herním světě. Pro jednoduchost budeme pracovat pouze v dvourozměrném prostoru (v rovině), tedy v Kartézské souřadné soustavě.

Body a směrové vektory

V následujících příkladech budeme rozlišovat zadání bodů a vektorů. Současně budeme ale pamatovat na to, že bod $A = [a_1; a_2]$ také můžeme brát jako koncový bod vektoru $\vec{a} = (a_1; a_2)$.

Bod má souřadnice, na rozdíl od vektoru není určen délkou a směrem. Bod $[0, 0]$ nebo vektor $(0, 0)$ pro nás bude středem herního světa.

Běžným případem použití vektorů je výpočet vektoru, který udává směr jednoho objektu vůči druhému. Vezměme si jednoduchý příklad pohybu jednoho objektu $A = [a_1; a_2]$ směrem k druhému $B = [b_1; b_2]$. Vektor $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1; b_2 - a_2)$ nazýváme směrový vektor.

Úloha 1. Ve 2D hře máme postavu A a postavu B stojící na různých místech. Postava B jde postupně ve směru vektoru $\vec{u}$, poté ve směru vektoru $\vec{v}$ a poté ve směru vektoru $\vec{w}$. Vyjádřete vektor, který musí ujít postava A , jestli má jít přímo k nové pozici postavy B .

U každé postavy v herním světě se používá i vektor ve smyslu seznamu položek. Jednou z položek je třeba jméno postavy, její úloha, poloha. Další vlastností každé postavy v herním světě je směr, kterým je tato postava natočena. K určení směru natočení se používá takzvaný normalizovaný směrový vektor, tedy směrový vektor délky 1.

Normalizované směrové vektory se používají i k uchování informace, jakým směrem se vyskytují ostatní postavy nebo objekty.

Poznámka: Důvod, proč jsou v herním světě používány normalizované verze směrových vektorů vysvětlíme později.

Úloha 2. Mějme postavy $A = [-5; 2]$, $B = [1; -2]$, $C = [4; -1]$. Určete normalizované směrové vektory postav A a B směrem k ostatním postavám. Nakreslete odpovídající obrázek.

Úloha 3. Mějme polohu postavy $A = [a_1; a_2]$ a postavy $B = [b_1; b_2]$ stojících na různých místech. Určete a) normalizovaný směrový vektor $\overrightarrow{BA}$, b) kde se bude postava B nacházet poté, co ujde tři jednotkové délky směrem k postavě A ?

Skalární součin a jeho použití

Výsledkem skalárního součinu dvou vektorů je skalár, tedy reálné číslo. V programování her má důležité místo skalární součin normalizovaných vektorů.

Úloha 4. Určete skalární součiny normalizovaných směrových vektorů z řešení úlohy 2.

Úloha 5. Pozorovatel v počátku se dívá na objekt $A = [3; 1]$, určete úhel α o jaký se musí otočit, aby směr jeho pohledu mřil přímo na objekt $B = [1; 2]$.

Pokud by v zadání úlohy byly dané normalizované směrové vektory, jejich skalární součin by byl roven přímo $\cos \alpha$.

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \cdot \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = \hat{a} \cdot \hat{b}$$

To je důvod proč bývají směry pohledů u postav a směrové vektory mezi postavami v seznamech položek uváděny v normalizovaném tvaru.

Jak už bylo zmíněno, v programování her jsou třeba také transformační matice. Pro potřebnou rotaci z předchozího příkladu by pak nebylo třeba dopočítávat úhel α , protože v příslušné transformační matici vystupují právě kosiny a siny tohoto úhlu.

Řekněme, že vytvářím hru, ve které se hráč snaží schovat před nějakými strážemi. Bude nás tedy zajímat, zda strážný vidí či nevidí jednotlivé hráče.

Chceme, aby měl strážný zorné pole, jak jsme zvyklí ve většině her. U člověka se udává velikost zorného úhlu pro vidění oběma očima přibližně 180° . To by pro strážného bylo až příliš, takže řekněme že chceme aby jeho zorný úhel byl 170° .

Úloha 6. Zorný úhel strážného G je 170° , jakých hodnot budou nabývat skalární součiny mezi jeho směrem pohledu $\vec{d}$ a normalizovanými směrovými vektory k objektům, které strážný vidí?

Úloha 7. Určete zda strážný, umístěný v počátku, vidí hráče $A = [3; -2]$, jestliže směr pohledu strážného je $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}; \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ a hranice pro omezení zorného pole je dána hodnotou 0, 1.

Literatura