

Ktorý žreb je výhodný?

Keywords: postupnosti a rady, pravdepodobnosť, očakávaná hodnota, geometrická postupnosť

Veľmi často sa v živote dostávame do situácií, kde hrajú úlohu náhoda a pravdepodobnosť. Predstavte si, že stojíte pred voľbou medzi niekoľkými možnosťami a to napríklad pri výbere žrebu alebo investície do projektu. Každá voľba má svoje riziká a potenciálne odmeny, otázkou však je, ako zistiť, ktorá z nich je najvýhodnejšia? Práve tu vstupuje do hry tzv. očakávaná hodnota. Očakávaná hodnota nám hovorí, aký výsledok môžeme v priemere očakávať, keď sa rozhodneme pre danú možnosť. Pomáha nám lepšie odhadnúť, čo sa v dlhodobom horizonte oplatí. Nejde o presnú predpoveď, ale o nástroj, ktorý nám umožňuje lepšie porozumieť riziku a odmenám. Platí to ako v jednoduchých hrách, tak v reálnych životných rozhodnutiach. Uvažujme napríklad dva žreby:

Žreb A: Stojí 10 Kč a s pravdepodobnosťou 0,1 vyhráme 100 Kč, inak nevyhráme nič.

Žreb B: Stojí 10 Kč a s pravdepodobnosťou 0,2 vyhráme 60 Kč, inak nevyhráme nič.

Pri žrebe A očakávame, že keď kúpime 10 žrebov, tak jeden z nich vyhrá 100 Kč a deväť nič. Môžeme teda očakávať, že každý žreb nám v priemere prinesie 10 Kč. Podobne aj pri žrebe B očakávame, že keď kúpime 10 žrebov, tak dva z nich vyhrajú 60 Kč a osem nič. Môžeme teda očakávať, že každý žreb nám v priemere prinesie 12 Kč. Vidíme teda, že žreb B je výhodnejší.

Očakávaná hodnota

Práve vypočítaná priemerná výhra sa označuje ako *očakávaná hodnota* (alebo tiež *stredná hodnota*).

Všeobecne môžeme povedať, že pre náhodnú veličinu X , ktorá nadobúda konečne veľa hodnôt $x_1, \dots, x_k$ s pravdepodobnosťami $p_1, \dots, p_k$ vypočítame jej očakávanú hodnotu

$$EV = \sum_{i=1}^k x_i p_i.$$

Ktorý žreb je najlepšší?

Pozrime sa na tri žreby. Čiernu perlu v hodnote 50 Kč, Čiernu perlu v hodnote 100 Kč a žreb Rentier v hodnote 50 Kč. Štruktúra výhier pre žreb Čierna perla v hodnote 50 Kč, ktorých je celkom vydaných 13 000 000 kusov, vyzerá nasledovne.

Výška výhry na žrebe (v Kč)	Počet výherných žrebov
50	1 820 000
100	1 040 000
150	260 000
200	130 000
300	130 000
500	104 000
1 000	5 550
2 000	2 300

Výška výhry na žrebe (v Kč)	Počet výherných žrebov
4 000	480
10 000	185
20 000	84
100 000	14
1 500 000	6
Celkem	3 492 619

Podobne vyzerá aj štruktúra výhier pre žreb Čierna perla v hodnote 100 Kč, ktorých je vydaných celkom 15 000 000 kusov.

Výška výhry na žrebe (v Kč)	Počet výherných žrebov
100	2 400 000
200	900 000
300	450 000
500	150 000
600	150 000
900	75 000
1 000	75 000
1 500	20 000
6 000	4 000
20 000	185
50 000	84
100 000	30
200 000	13
5 000 000	6
Celkem	4 224 318

Do tretice sa pozrieme na žreb Rentier, ktorých je vydaných 8 000 000 kusov a výhry sú dané tabuľkou nižšie.

Výška výhry na žrebe (v Kč)	Počet výherných žrebov
50	960 000
100	720 000
150	160 000
250	160 000
500	70 000
1 000	1 300
2 000	500
5 000	160
10 000	80
100 000	6
3 500 000	3
Celkem	2 072 049

Pričom hlavná výhra 3 500 000 Kč sa nevypláca naraz, ale skladá sa z okamžitej výhry 500 000 Kč a renty 50 000 Kč počas 5 rokov.

Úloha 1. Pri ktorom z uvedených žrebov je najväčšia šanca na výhru?

Úloha 2. Aká je očakávaná hodnota každého žrebu?

Úloha 3. V predchádzajúcich príkladoch sme uvažovali hlavnú výhru žrebu Rentier v hodnote 3 500 000 Kč. Je to však naozaj skutočná hodnota výhry, vzhľadom k tomu, že nie je vyplatená naraz?

Úloha 4. Na základe výsledkov predchádzajúcich úloh vyberte žreb, ktorý je najlepší.

Literatúra

- Novák, J., *Střední hodnota v úlohách na střední škole*. Učitel matematiky, 2, JČMF, 2024.
- *Herní plán loterií SAZKA* [online] Dostupné z <https://static.sazka.cz/kentico-media/sazka/media/content/herni-plany/hp-sazka-od-17-7-24-komplet-sazka.pdf>, [cit. 1. 9. 2024]