

Optymalizacja

Keywords: geometria analityczna, optymalizacja, ogólne równanie prostej, ogólne równanie płaszczyzny

Programowanie liniowe

Programowanie liniowe jest metodą matematyczną wykorzystywaną do znalezienia najlepszego rozwiązania określonego problemu. Jest to technika, której celem jest maksymalizacja lub minimalizacja funkcji liniowej przy pewnych ograniczeniach, które są również wyrażone jako równania lub nierówności liniowe.

Dziedzina ta zaczęła przyciągać uwagę matematyków dopiero po I wojnie światowej. Jednym z pierwszych był Leonid Kantorowicz, który później został zmuszony do porzucenia swojej pracy z powodu represji rządowych w tamtym czasie, a ostatecznie z obawy o swoje życie. Optymalizacja procesów produkcyjnych w Związku Radzieckim, który w tamtym czasie miał gospodarkę centralnie planowaną, nie była dobrym pomysłem (na przykład w jednej fabryce udało mu się zwiększyć wydajność produkcji do 94 proc, tylko po to, by usłyszeć, że wszystkie fabryki muszą zwiększyć swoją wydajność w ten sam sposób).

Prawdziwym punktem zwrotnym w rozwoju programowania liniowego było opublikowanie w 1947 r. tzw. algorytmu sympleksowego do rozwiązywania tych problemów. Jego autorem jest amerykański matematyk George Dantzig, który rozpoczął pracę w tej dziedzinie podczas II wojny światowej, próbując zoptymalizować niektóre procesy w amerykańskiej armii. Nazwali to *metodami programowania przy użyciu kalkulatorów stacjonarnych*. W swoim pierwszym wykładzie technicznym na ten temat mówił o *programowaniu w strukturze liniowej*, które następnie zostało skrócone do *programowania liniowego*. Słowo *programowanie* jest reliktem terminologii wojskowej odnoszącej się do planowania lub planowania szkoleń, logistyki lub rozmieszczenia zespołu. Zilustrujemy te zasady następującymi prostymi przykładami.

Optymalizacja produkcji w prażalni

Zadanie 1. Berenika i Peter otworzyli nową kawiarnię z palarnią, gdzie między innymi zaczęli produkować dwie mieszanki kawy: letnią i egzotyczną. Letnia mieszanka składa się w 40% ze słodkich ziaren kawy z Etiopii i w 60% z soczystych ziaren kawy z Peru. Egzotyczna mieszanka składa się z tych samych ziaren kawy, ale w stosunku 3:1 (tym razem z większą ilością ziaren kawy z Etiopii). Kawa etiopska kosztuje 90 USD, a kawa peruwiańska 70 USD. Kilogram letniej mieszanki sprzedawany jest za 650 CZK, a kilogram mieszanki egzotycznej za 800 CZK. Jaką mieszankę powinni przygotować Berenice i Peter z dostępnych ziaren kawy, aby zmaksymalizować swój zysk?

Najlepszy parking

Zadanie 2. Lokalny deweloper postanowił kupić fabrykę produkującą kasety wideo i taśmy magnetofonowe. Fabryka nie jest już używana, zostanie więc zburzona, aby zrobić miejsce dla parkingu P+R dla samochodów osobowych i parkingu dla ciężarówek. Jednak deweloper rozwiązuje teraz problem, jak ustawić pojemność dla każdego typu pojazdu. Całkowita dostępna przestrzeń wynosi 480 m^2 . Miejsce parkingowe dla samochodu osobowego zajmuje 12 m^2 , podczas gdy dla ciężarówki jest to 30 m^2 .

Jednak dział planowania i budownictwa wymaga również, aby pojemność dla samochodów osobowych była co najmniej dwa razy większa niż dla ciężarówek. Jednocześnie musi być co najmniej 6 miejsc parkingowych dla ciężarówek.

Określ optymalną liczbę miejsc parkingowych dla samochodów osobowych i ciężarowych, która spełni wszystkie powyższe warunki i jednocześnie zmaksymalizuje zysk z pełnego parkingu, jeśli opłata za każde miejsce parkingowe dla samochodów osobowych wynosi 100 CZK, a dla samochodów ciężarowych 400 CZK.