



Math4You

2023–2025

Optimalizace

Lineární programování

Lineární programování je matematická metoda používaná k nalezení nejlepšího řešení určitého problému. Jedná se o techniku, která se zaměřuje na maximalizaci nebo minimalizaci lineární funkce za určitých omezení, která jsou také vyjádřena jako lineární rovnice nebo nerovnice.

Tato oblast začala přitahovat pozornost matematiků až po první světové válce. Prvním z nich byl Lenoid Kantorovič, který však v důsledku tehdejších vládních represí (a posléze obav o svůj život) musel této práci zanechat. Ono totiž v tehdejší Sovětské svazu s centrálně řízenou ekonomikou optimalizovat výrobní procesy nebyl zrovna dobrý nápad (v jedné továrně se mu např. podařilo zefektivnit výrobu na 94 %, jenže pak přišlo nařízení, že všechny závody musí navýšit svoji efektivitu stejným způsobem).

Skutečným zlomovým bodem v rozvoji lineárního programování bylo zveřejnění tzv. simplexového algoritmu pro řešení těchto úloh v roce 1947. Jeho autorem je americký matematik George Dantzig, který se této oblasti začal věnovat v průběhu druhé světové války ve snaze zoptimalizovat některé procesy v americké armádě. Říkali tomu *metody programovacího plánování pomocí stolních kalkulačků*. Ve své první odborné přednášce na toto téma hovořil o *programování v lineární struktuře*, což se následně zkrátilo pouze na *lineární programování*. Slůvko *programování* je pozůstatkem vojensky motivované terminologie, která odkazuje na plánování či rozvrhování tréninků, logistiky či rozmístění mužstva.

Principy si ukážeme na následujících jednoduchých příkladech.

Optimalizace výroby v pražárně

Úloha 1. Berenika a Petr si otevřeli novou kavárnu s pražárnou, kde mimo jiné začali vyrábět dvě směsi kávy: letní a exotickou. Letní směs je umíchána ze 40 % ze zrn sladké etiopské kávy a ze 60 % ze zrn šťavnaté kávy z Peru. Exotická směs je vyrobena ze stejných kávových zrn, ale v poměru 3:1 (tentokrát je více etiopské kávy). K dispozici je 90 Kg etiopské kávy a 70 kg peruánské kávy. Kilogram letní směsi se prodává za 650 Kč a kilogram exotické směsi za 800 Kč. Kolik které směsi by měli Berenika a Petr z dostupných kávových zrn namíchat, aby maximalizovali svůj zisk?

Nejlepší parkoviště

Úloha 2. Místní developer se rozhodl zakoupit továrnu na výrobu videokazet a magnetofonových pásků. Továrna dnes již nemá žádné využití, a tak bude zbourána, aby na jejím místě vyrostlo P+R parkoviště pro osobní automobily a zároveň odstavné parkoviště pro nákladní automobily. Developer však nyní řeší problém, jakou nastavit kapacitu pro jednotlivé druhy vozů. Celkový dostupný prostor bude 480 m^2 . Parkovací místo pro osobní automobil zabere 12 m^2 , zatímco pro nákladní auto to je 30 m^2 .

Stavební úřad však zároveň požaduje, aby kapacita pro osobní automobily byla alespoň dvakrát větší než pro nákladní vozy, ale zároveň tam musí být nejméně 6 parkovacích míst pro nákladní automobily. Stanovte optimální počet parkovacích míst pro osobní i nákladní automobily, který bude splňovat všechny uvedené podmínky a zároveň maximalizuje zisk z plného parkoviště, pokud za každé parkovací místo pro osobní automobily bude platba 100 Kč a pro nákladní vozy 400 Kč.