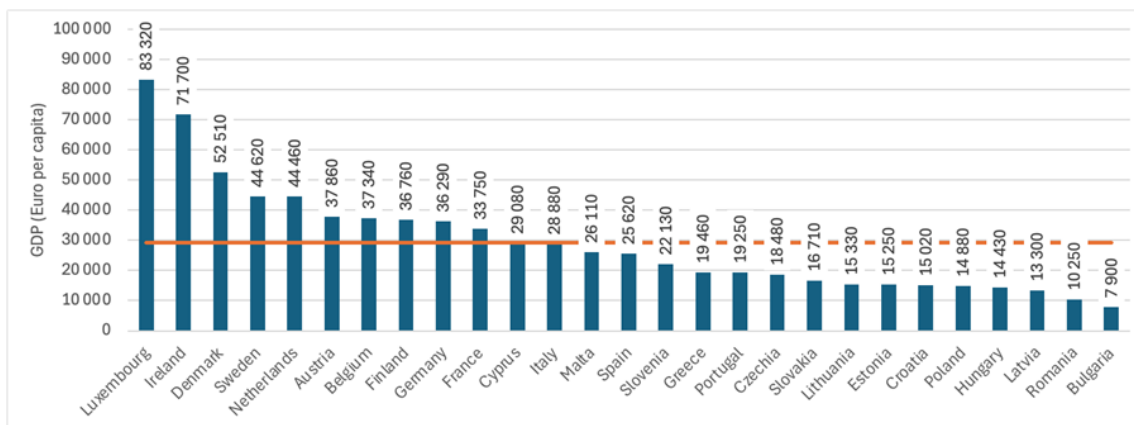


Opis trendów PKB

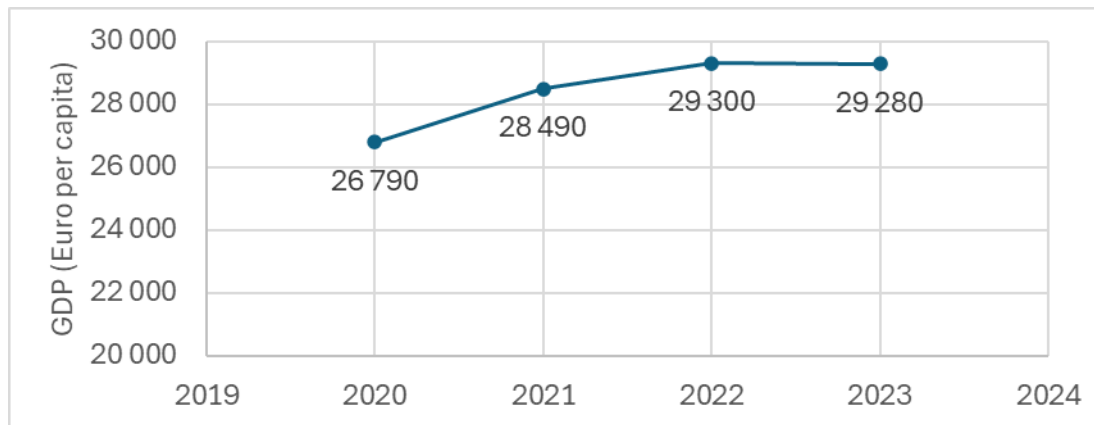
Keywords: kombinatoryka, prawdopodobieństwo, statystyka, średnia arytmetyczna, średnia geometryczna, statystyki

Produkt Krajowy Brutto (PKB) reprezentuje wartość pieniężną wszystkich towarów i usług nowo wyprodukowanych na określonym obszarze w danym okresie. W makroekonomii PKB jest wykorzystywany jako wskaźnik do oceny wyników gospodarek krajowych. Na przykład można go wykorzystać do porównania wyników gospodarczych państw członkowskich Unii Europejskiej w 2023 r. (patrz rysunek 1).



Rysunek 1: Porównanie PKB wśród państw członkowskich UE w 2023 roku (Pomarańczowa linia wskazuje średnie PKB na osobę w UE, które wynosi 29 280 EUR.)

Innym sposobem wykorzystania PKB jest śledzenie wyników danego kraju w czasie. Na przykład możemy zbadać PKB na osobę dla Unii Europejskiej w latach 2020–2023, kiedy UE liczyła 27 państw członkowskich. Szereg czasowy ilustrujący ten trend pokazano na wykresie 2.



Rysunek 2: Trendy PKB na osobę w UE w latach 2020–2023

Szereg czasowy pokazujący trendy PKB jest określany jako szereg czasowy oparty na interwałach. Dane

w takim szeregu zależą od długości analizowanego przedziału (w tym przypadku od długości danego roku).

Niech wartości y_1, y_2, \dots, y_n szeregu czasowego odpowiadają punktom czasowym t_1, t_2, \dots, t_n .

Podstawową cechą opisującą ten szereg czasowy jest jego średnia.

Średnia **szeregu czasowego opartego na interwałach** (\bar{y}) jest obliczana jako prosta średnia arytmetyczna:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n}. \quad (1)$$

Oprócz średniej, często interesują nas podstawowe miary dynamiki szeregów czasowych, które pomagają scharakteryzować podstawowe cechy ich zachowania.

Zmiana bezwzględna (Δy_t) to najprostsza miara zmiany w szeregu czasowym, która mówi nam “o ile” szereg zmienił się między punktami czasowymi:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}, \quad t = 2, 3, \dots, n. \quad (2)$$

Średnia zmiana bezwzględna ($\bar{\Delta}$) wskazuje średnią zmianę między dwoma pomiarami w obserwowanym okresie.

Suma zmian bezwzględnych reprezentuje całkowitą zmianę szeregu czasowego w obserwowanym okresie (“o ile” szereg czasowy zmienił się od t_1 do t_n):

$$\Delta y_2 + \Delta y_3 + \dots + \Delta y_n = (y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) + \dots + (y_n - y_{n-1}) = y_n - y_1.$$

Dlatego średnia zmiana bezwzględna jest obliczana jako średnia arytmetyczna zmian bezwzględnych:

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta y_2 + \Delta y_3 + \dots + \Delta y_n}{n - 1} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}. \quad (3)$$

Zauważmy, że obliczenia te wymagają jedynie wartości początkowej y_1 , wartości końcowej y_n oraz liczby wartości n .

Współczynniki wzrostu (stopy wzrostu, k_t) wskazują “ile razy” seria zmieniła się między punktami czasowymi:

$$k_t = \frac{y_t}{y_{t-1}}, \quad t = 2, 3, \dots, n. \quad (4)$$

Średni współczynnik wzrostu (\bar{k}) wskazuje średni współczynnik, o jaki seria zmieniła się między pomiarami w obserwowanym okresie.

W tym przypadku ogólny współczynnik wzrostu (“ile razy” szereg czasowy zmienił się między czasami t_1 a t_n) jest obliczany nie jako suma, ale jako iloczyn poszczególnych współczynników wzrostu

$$k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n = \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \dots \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}} = \frac{y_n}{y_1}.$$

Dlatego średni współczynnik wzrostu jest określany jako średnia geometryczna poszczególnych współczynników wzrostu

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_n} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}. \quad (5)$$

Podobnie jak w przypadku średniej zmiany bezwzględnej, do tego obliczenia potrzebne są tylko wartość początkowa y_1 , wartość końcowa y_n i liczba wartości n .

Zmiana względna (δ_t) : Jeśli chcemy wiedzieć “o jaki procent” szereg czasowy zmienił się między poszczególnymi punktami czasowymi, używamy zmian względnych, które można łatwo określić za pomocą współczynników wzrostu:

$$\delta_t = \frac{\Delta y_t}{y_{t-1}} \cdot 100 = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100 = \left(\frac{y_t}{y_{t-1}} - 1 \right) \cdot 100 = (k_t - 1) \cdot 100, \quad t = 2, 3, \dots, n \quad (6)$$

Na przykład, jeśli cena produktu wzrosła o współczynnik 1,5 USD, wzrost procentowy wynosi 50% (= $(1,5 - 1) \cdot 100$).

Średnia zmiana względna ($\bar{\delta}$) Wskazuje on “o jaki procent” szereg czasowy zmienił się średnio w okresie między dwoma pomiarami w obserwowanym okresie czasu, który można następnie łatwo obliczyć za pomocą średniego współczynnika wzrostu:

$$\bar{\delta} = (\bar{k} - 1) \times 100. \quad (7)$$

Uwaga: Suma (lub iloczyn) indywidualnych zmian względnych nie jest równa całkowitej zmianie względnej (“o jaki procent” szereg czasowy zmienił się między czasami t_1 i t_n). Dlatego średnia arytmetyczna lub geometryczna poszczególnych zmian względnych nie może być wykorzystana do obliczenia średniej zmiany względnej.

Spróbujmy teraz dokonać podstawowego opisu szeregu czasowego przedstawiającego trendy PKB (w euro na osobę), jak pokazano na wykresie 2.

Ćwiczenie 1. Określ średni roczny PKB (w euro na osobę) Unii Europejskiej w latach 2020-2023.

Ćwiczenie 2. Określ roczne zmiany PKB (w euro na osobę) Unii Europejskiej w latach 2020-2023 i odpowiadającą im średnią roczną zmianę PKB w tym okresie.

Ćwiczenie 3. Określ roczne stopy wzrostu PKB Unii Europejskiej w latach 2020-2023 i odpowiadającą im średnią stopę wzrostu PKB w tym okresie.

Ćwiczenie 4. Określ roczne względne stopy wzrostu PKB Unii Europejskiej w latach 2020-2023 i odpowiadającą im średnią względną stopę wzrostu PKB w tym okresie.

Literatura

- *Realny PKB na mieszkańca* [online], Eurostat, 2024, Dostępny pod adresem: <https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser> [Dostęp: 2024-12-18].

Results matter!

- *Produkt Krajowy Brutto (PKB) - metodologia*, [online], Czeski Urząd Statystyczny, 2024, Dostępny w: https://www.czso.cz/csu/czso/hruby_domaci_produk-_hdp- [Dostęp: 2024-12-18].