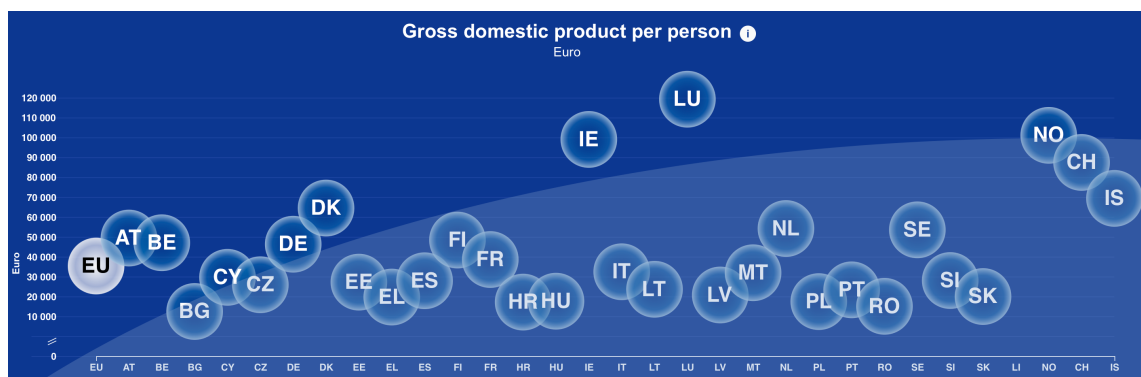


Math4You

2023–2025

Tempo růstu HDP

Hrubý domácí produkt (HDP, v angličtině GDP) je peněžním vyjádřením celkové hodnoty statků a služeb nově vytvořených v daném období na určitém území. HDP se používá v makroekonomii jako ukazatel pro určování výkonnosti ekonomiky států. Na obrázku je znázorněn hrubý domácí produkt na osobu jednotlivých států Evropské unie v roce 2023.



Obrázek 1: HDP na osobu jednotlivých států EU v roce 2023

Připomeňme, že pro n hodnot $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ je **aritmetický průměr**

$$\bar{x}_A = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

a **geometrický průměr**

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}.$$

Platí $\bar{x}_A \geq \bar{x}_G$, rovnost nastane v případě, že $x_1 = x_2 = \dots = x_n$.

V této úloze se budeme zabývat daty, která zachycují vývoj HDP na osobu v EU v letech 2003 - 2022. U těchto hodnot nás bude zajímat **roční přírůstek**

$$y_i = x_i - x_{i-1},$$

kde x_i, x_{i-1} jsou hodnoty HDP ve dvou po sobě následujících letech.

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union.

Relativní roční přírůstek je roční přírůstek vztažený k původní hodnotě. Vypočítáme jej jako zlomek

$$\frac{x_i - x_{i-1}}{x_{i-1}}.$$

Pro charakteristiku dat s určitým trendem potřebujeme často vypočítat tempo růstu, kde je nutné využít geometrický průměr.

Koeficientem růstu nazýváme podíl dvou po sobě následujících hodnot x_{i-1} , x_i , tedy

$$z_i = \frac{x_i}{x_{i-1}}.$$

Průměrný koeficient růstu $\bar{z}_G$ definujeme jako geometrický průměr jednotlivých koeficientů růstu za dané období

$$\bar{z}_G = \sqrt[n]{z_1 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot z_n}.$$

Tento vztah lze upravit pomocí krácení zlomků pod odmocninou

$$\bar{z}_G = \sqrt[n]{\frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{x_3}{x_2} \cdot \dots \cdot \frac{x_n}{x_{n-1}}} = \sqrt[n]{\frac{x_n}{x_1}}.$$

Odsud je vidět, že při výpočtu průměrného koeficientu růstu nám stačí pracovat pouze s první a poslední hodnotou naší posloupnosti.

Průměrným tempem růstu pak nazýváme hodnotu $\bar{z}_G - 1$.

V tabulce jsou uvedeny hodnoty HDP na osobu v Evropské unii mezi lety 2003 až 2022 (od roku 2020 pro 27 zemí).

Rok	HDP [Euro/osoba]
2003	20 330
2004	21 180
2005	22 010
2006	23 200
2007	24 550
2008	25 260
2009	24 050
2010	24 900
2011	25 660
2012	25 770
2013	26 010
2014	26 580
2015	27 500
2016	28 190
2017	29 320
2018	30 290
2019	31 310
2020	30 050
2021	32 520
2022	35 280

Pozn. Data z tabulky lze zkopírovat z datasetu Eurostatu https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/NAMA_10_P a zpracovat je v tabulkovém procesoru.

Úloha 1. Vypočítejte roční přírůstek HDP na osobu.

Řešení. Roční přírůstek HDP na osobu je rozdíl dvou po sobě jdoucích hodnot x_i . Roční přírůstek za rok 2003 pak je

$$x_2 - x_1 = 21\,280 - 20\,330 = 850.$$

Roční přírůstky v dalších letech jsou uvedeny v následující tabulce.

Rok	HDP [Euro/osoba]	Roční přírůstek [Euro/osoba]
2003	20 330	
2004	21 180	850
2005	22 010	830
2006	23 200	1 190
2007	24 550	1 350
2008	25 260	710
2009	24 050	−1 210
2010	24 900	850
2011	25 660	760
2012	25 770	110
2013	26 010	240
2014	26 580	570
2015	27 500	920
2016	28 190	690
2017	29 320	1 130
2018	30 290	970
2019	31 310	1 020
2020	30 050	−1 260
2021	32 520	2 470
2022	35 280	2 760

Při použití tabulkového procesoru lze využít příkazu pro rozdíl hodnot ve dvou buňkách a jeho zkopírování do celého sloupce.

Úloha 2. Vypočítejte relativní roční přírůstek HDP na osobu (roční přírůstek vztažený k původní hodnotě).

Řešení. Při výpočtu relativního přírůstku HDP vydělíme hodnotu ročního přírůstku HDP původní hodnotou. Relativní roční přírůstek za rok 2003 pak bude

$$\frac{x_2 - x_1}{x_1} = \frac{21\,180 - 20\,330}{20\,330} = \frac{850}{20\,330} \doteq 0,0418.$$

To je v procentech 4,18 %. Přírůstky v dalších letech pak vypočteme stejným způsobem.

Rok	HDP [Euro/osoba]	Roční přírůstek [Euro/osoba]	Relativní roční přírůstek [%]
2003	20 330		
2004	21 180	850	4,18
2005	22 010	830	3,92
2006	23 200	1 190	5,41

Rok	HDP [Euro/osoba]	Roční přírůstek [Euro/osoba]	Relativní roční přírůstek [%]
2007	24 550	1 350	5,82
2008	25 260	710	2,89
2009	24 050	−1 210	−4,79
2010	24 900	850	3,53
2011	25 660	760	3,05
2012	25 770	110	0,43
2013	26 010	240	0,93
2014	26 580	510	2,19
2015	27 500	920	3,46
2016	28 190	690	2,51
2017	29 320	1 130	4,01
2018	30 290	970	3,31
2019	31 310	1 020	3,37
2020	30 050	−1 260	−4,02
2021	32 520	2 470	8,22
2022	35 280	2 760	8,49

Úloha 3. Vypočítejte průměrný relativní roční přírůstek HDP na osobu.

Řešení. Průměrný relativní roční přírůstek HDP je dán aritmetickým průměrem relativních přírůstků HDP a je roven 2,99 %.

V tabulkovém procesoru tento výsledek získáme pomocí příkazu AVERAGE nebo AVERAGEA.

Úloha 4. Vypočítejte roční koeficient růstu HDP na osobu.

Řešení. Roční koeficient růstu HDP získáme přičtením relativního přírůstku ke 100 % nebo pomocí vztahu $z_i = \frac{x_i}{x_{i-1}}$. Pro rok 2003 tak máme

$$z_2 = \frac{x_2}{x_1} = \frac{21\,180}{20\,330} \doteq 1,0418$$

v procentech tedy 104,18 %. V dalších letech spočteme roční koeficienty růstu stejným způsobem.

Rok	HDP [Euro/osoba]	Roční přírůstek [Euro/osoba]	Relativní roční přírůstek [%]	Roční koeficient růstu [%]
2003	20 330			
2004	21 180	850	4,18	104,18
2005	22 010	830	3,92	103,92
2006	23 200	1 190	5,41	105,41
2007	24 550	1 350	5,82	105,82
2008	25 260	710	2,89	102,89
2009	24 050	−1 210	−4,79	95,21
2010	24 900	850	3,53	103,53
2011	25 660	760	3,05	103,05
2012	25 770	110	0,43	100,43
2013	26 010	240	0,93	100,93
2014	26 580	510	2,19	102,19

Rok	HDP [Euro/osoba]	Roční přírůstek [Euro/osoba]	Relativní roční přírůstek [%]	Roční koeficient růstu [%]
2015	27 500	920	3,46	103,46
2016	28 190	690	2,51	102,51
2017	29 320	1 130	4,01	104,01
2018	30 290	970	3,31	103,31
2019	31 310	1 020	3,37	103,37
2020	30 050	−1 260	−4,02	95,98
2021	32 520	2 470	8,22	108,22
2022	35 280	2 760	8,49	108,49

Úloha 5. Vypočítejte průměrné tempo růstu HDP na osobu.

Řešení. Pro získání průměrného koeficientu růstu HDP stačí využít počáteční a konečnou hodnotu:

$$\bar{z}_G = \sqrt[19]{\frac{35\,280}{20\,330}} \doteq 1,0294,$$

v procentech tedy 102,94 %. Průměrné tempo růstu HDP na osobu je proto 2,94 %. V tabulkovém procesoru lze využít příkaz pro geometrický průměr GEOMEAN.

Úloha 6. Odhadněte HDP na osobu v roce 2022 na základě hodnoty z roku 2003 s využitím a) průměrného relativního ročního přírůstku, b) průměrného tempa růstu.

Řešení. Všimněte si, že hodnoty průměrného relativního přírůstku a průměrného tempa růstu jsou odlišné. K výpočtu použijeme přesnou hodnotu získanou v tabulkovém procesoru.

- Průměrný relativní přírůstek je cca 2,99 %, proto když chceme dostat následující hodnotu, musíme původní hodnotu vynásobit koeficientem 1,0299. Pro získání odhadu hodnoty HDP na osobu musíme vypočítat $20\,330 \cdot 1,0299^{19} \doteq 35\,615$ Eur na osobu.
- S využitím geometrického průměru koeficientu růstu HDP na osobu získáme přesnou hodnotu $20\,330 \cdot 1,0294^{19} \doteq 35\,280$ Eur na osobu.

Literatura

- Eurostat. *HDP per person* [online]. Dostupné z <https://ec.europa.eu/eurostat/cache/visualisations/country-bubbles> [cit. 9.,8.,2023].
- Eurostat. *HDP per person - dataset* [online]. Dostupné z https://ec.europa.eu/eurostat/databrowser/view/NAMA_ [cit. 9.,8.,2023].
- Český statistický úřad. *Hrubý domácí produkt - metodika*. Dostupné z https://www.czso.cz/csu/czso/hruby_domaci_hdp [cit. 9.,8.,2023]