© 2016–2025 MATH4U

La proporción áurea y las fracciones continuas

Sea un segmento de recta AB y un punto C que se encuentra sobre él. Decimos que el punto C divide el segmento AB en la proporción áurea, si las longitudes de los segmentos satisfacen la ecuación

$$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|AC|}{|CB|}.$$

Esta proporción se denota frecuentemente con la letra griega φ y tiene un valor aproximado de 1.618.

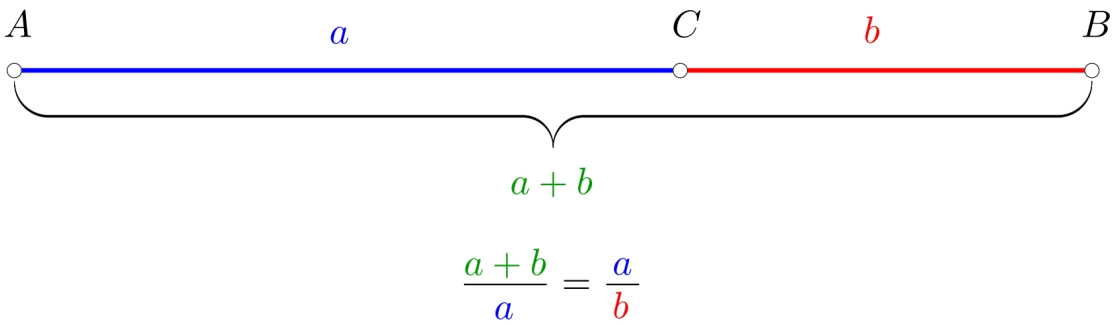

Figura 1: Un segmento de línea dividido en la proporción de la sección áurea

Un buen ejemplo del uso de la proporción áurea en la vida cotidiana es la tarjeta de crédito. Tiene la forma del llamado rectángulo áureo, cuyos lados satisfacen la proporción áurea. El rectángulo áureo es una forma popular por su aspecto equilibrado; no es ni demasiado largo ni demasiado ancho.

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.
Funded by the European Union

© 2016–2025 MATH4U

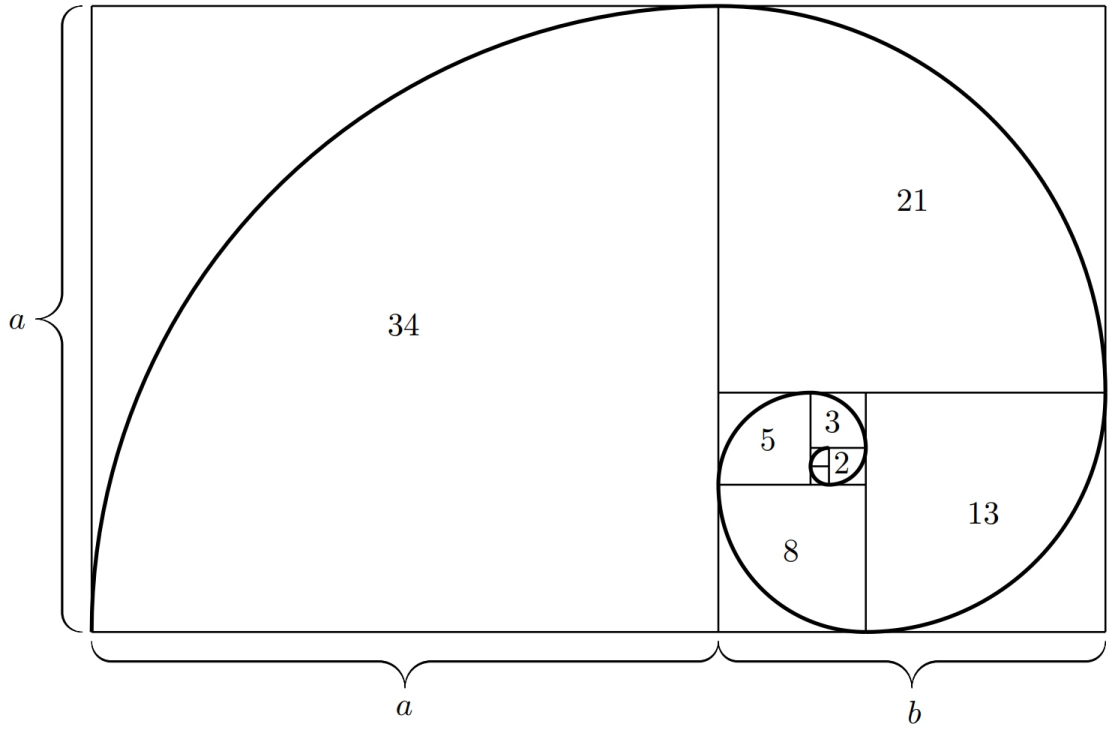

Figura 2: Rectángulo de oro y espiral de oro

La proporción áurea está estrechamente relacionada con la sucesión de Fibonacci. Los términos de la sucesión de Fibonacci son números 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ..., donde cada término es la suma de los dos anteriores. También nos referimos a los términos individuales de esta sucesión como números de Fibonacci. ¿Cuál es la relación entre la sucesión de Fibonacci y la proporción áurea? Se cumple que el límite del cociente entre dos términos consecutivos de esta sucesión es igual a la proporción áurea φ.

Si construimos cuadrados cuyas longitudes laterales correspondan exactamente a los números de Fibonacci, es posible disponerlos bien uno junto a otro en forma de rectángulo áureo, como se muestra en la figura. A continuación, podemos inscribir un cuarto de círculo en cada cuadrado y obtenemos la llamada espiral áurea. La espiral áurea es un caso especial de la espiral logarítmica.

En la naturaleza, la proporción áurea aparece en forma de secuencia de Fibonacci. Podemos encontrarla en la disposición de las hojas en los tallos. Las hojas crecen una encima de otra para no hacerse sombra, la transición de una hoja a la siguiente tiene el carácter de un crecimiento en espiral alrededor del tallo. Se encuentran disposiciones similares en las escamas de la piña, las semillas del girasol o la cáscara de la piña. La espiral logarítmica también se encuentra en las conchas de los moluscos o en el helecho fiddlehead. Los tornados, los ciclones y las galaxias también tienen esta forma.

La proporción áurea se utiliza ampliamente en el arte para lograr composiciones estéticamente impactantes y armoniosas. Los pintores y fotógrafos utilizan esta proporción para determinar la ubicación de los elementos clave en sus obras. Los arquitectos suelen integrar la proporción áurea en el diseño de edificios.

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.
Funded by the European Union

© 2016–2025 MATH4U

Fracción continua infinita

Una fracción continua infinita es una expresión de la forma

$$x = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \ddots}}},$$

donde a_0 es un número entero y los números a_i son números naturales positivos para $i \in \mathbb{N}$. Una fracción continua también puede ser finita.

La proporción áurea puede expresarse mediante la fracción continua

$$\varphi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ddots}}}.$$

Ejercicio 1. Calcula valores aproximados de la proporción áurea mediante fracciones continuas finitas

1. $$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1}}}$$
2. $$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1}}}}$$

Ejercicio 2. Calcula el valor exacto de la proporción áurea φ.

Ejercicio 3. Soluciona una ecuación inspirada en la proporción áurea en una fracción continua finita

$$x = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{x}}}.$$

Bibliografía

- Wikipedia. *Golden ratio* [online]. Accesible de https://en.wikipedia.org/wiki/Golden_ratio [cit. 10.,11.,2023].

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.

Funded by the European Union

© 2016–2025 MATH4U

- Wikipedia. *Řetězový zlomek* [online]. Accesible de https://cs.wikipedia.org/wiki/Řetězový_zlomek [cit. 10.,11.,2023].

The portal Math4U is developed within the international projects of the Department of Applied Mathematics (VSB-Technical University of Ostrava) and other institutions in Czechia, Poland, Slovakia, and Spain.

Funded by the European Union