

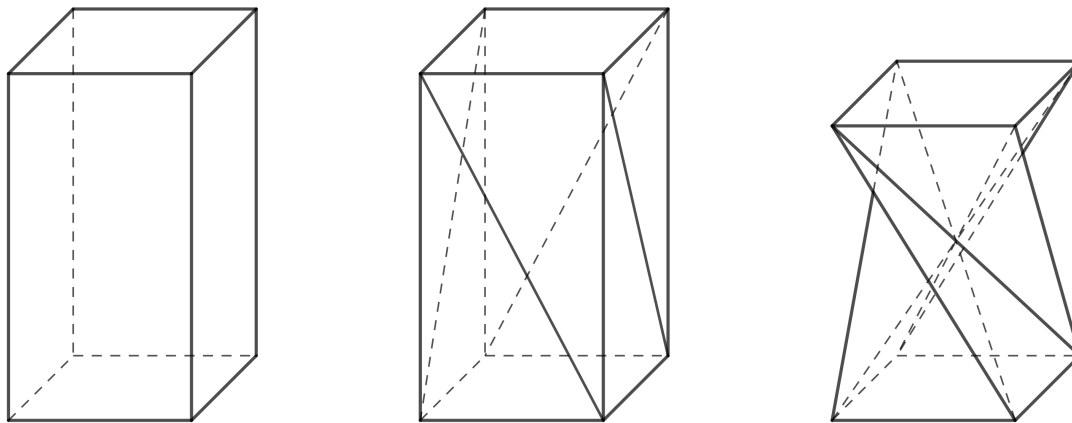
Math4You

2023–2025

Zborcený hranol

Jak vytvořit zborcený hranol z kolmého čtyřbokého hranolu

V designu nábytku se objevuje tvar, který je zajímavý i z geometrického hlediska. Lze ho vytvořit z pravidelného čtyřbokého hranolu rozdělením každé boční stěny na dva trojúhelníky pomocí jedné z úhlopříček a pootočením horní podstavy o 90° tak, jak je to znázorněno na Obrázku 1. Při zachování délek hran a úhlopříček současně dochází ke změně výšky hranolu. Výsledný tvar je speciálním případem tzv. *zborceného hranolu* (v angličtině *twisted prism*).



Obrázek 1: Transformace pravidelného čtyřbokého hranolu na jeho zborcenou variantu

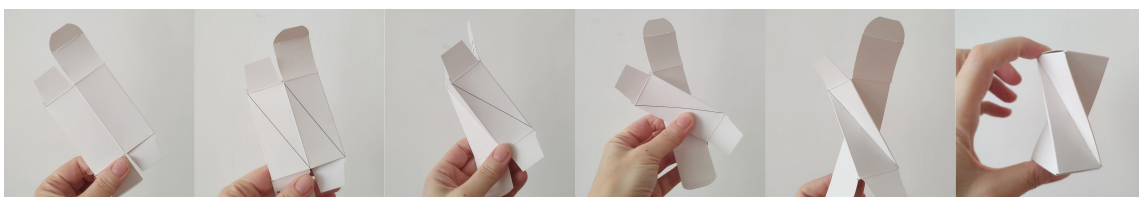
Zkusme si tento tvar vytvořit třeba z krabičky od dětského sirupu nebo očních kapek.

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union.

Aby vše fungovalo je nutné, aby horní a dolní podstava byly čtvercové a daly se nějakým způsobem odklopit nebo rozložit. K vytvoření zborceného hranolu je třeba trochu praxe a zručnosti, protože ono pootočení o 90° nelze provést v praxi tak jednoduše.

Můžeme použít následující postup.

- Odklopíme víčka krabičky a krabičku složíme do roviny (dvě boční stěny nahoře, dvě boční stěny dole).
- Všechny boční stěny rozdělíme úhlopříčkami v jednom směru tak, jak je to na obrázku. Snažíme se v papíru vytvořit rýhy, v nichž půjde papír přehnout.
- Všechny vzniklé úhlopříčky prolomíme mírně směrem dovnitř.
- Provedeme překřížení. Spodní část přidržíme lehce jednou rukou, vrchní část vezmeme, nadzvedneme a přesuneme směrem doleva.
- Nyní z roviny rozložíme krabičku do prostoru. Tento krok chce trochu cviku. Můžeme ho provést tak, že jednou rukou přidržíme místo, kde nad sebou leží všechny zvýrazněné úhlopříčky (stiskneme proti sobě dvěma prsty). Současně se snažíme druhou rukou rozložit horní nebo dolní část krabičky do prostoru.
- Pokud se vám předchozí krok podařil, zbývá už jen zavřít víčka krabičky a máte hotovo. Gratuluji!



Obrázek 2: Postup tvorby zborceného hranolu z krabičky

Úloha 1. Chceme vytvořit stoličku ve tvaru zborceného hranolu a máme k dispozici několik vhodných kartonových krabic. Tyto krabice mají stejné čtvercové podstavy o délce strany 40 cm, ale různé výšky. Pro sezení máme odzkoušené, že nám vyhovuje výška stoličky 50 cm. Jaká výška krabice je ideální pro výrobu stoličky ve tvaru čtyřbokého zborceného hranolu o výšce 50 cm? Hrana podstavy je $a = 40$ cm.

Další varianty zborcených hranolů

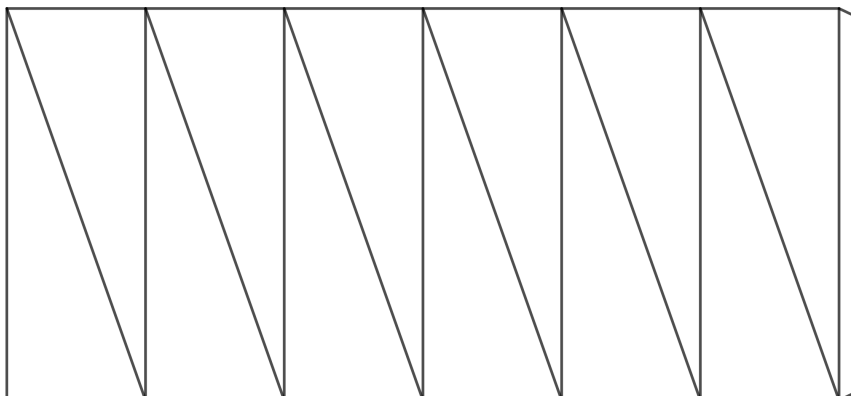
Šlo by obdobný tvar vytvořit i z kolmých hranolů, jejichž podstava by byl jiný pravidelný n -úhelník?

Odpověď zní ano. Postup uvedený výše je však možné aplikovat pouze pro sudá n . Pro lichá n není možné složení do roviny překřížením, jak je uvedeno v postupu.

Vypočítejme výšku tělesa vzniklého zborcením pravidelného šestibokého hranolu pro obecnou výšku a délku strany.

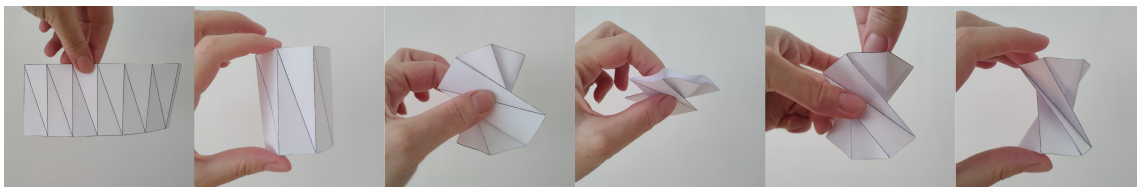
Rozmyslete si nejdříve, o kolik stupňů se tomto případě horní podstava pootočí. Pokud prostorová představivost selhává, vytvořte si model. Pro jednoduchost stačí pracovat se sítí pláště hranolu.

Na obrázku níže je taková síť již připravená ke slepení (ideální je tvrdší papír).



Obrázek 3: Síť pláště šestiokého zborceného hranolu

Před slepením vytvořte ohyby v hranách a úhlopříčkách. Ve hranách směrem nahoru, v úhlopříčkách směrem dolů. Po slepení postupujte podle obrázku.



Obrázek 4: Postup pro tvorbu šestiokého zborceného hranolu

Úloha 2. Jak závisí výška h šestiokého zborceného hranolu (který vznikne z pravidelného šestiokého hranolu) na výšce původního hranolu v a hraně a dolní podstavy?

Úloha 3. Jaká je omezující podmínka pro vznik modelů z předchozích dvou úloh?

Úloha 4. Sestrojte síť vázy tvaru zborceného hranolu, jestliže je dána výška vázy $h = 110$ mm, hrana čtvercové podstavy $a = 65$ mm a úhel rotace horní hrany vázy oproti dolní podstavě je $\alpha = 45^\circ$.