

Ciekawski kierownik magazynu

Kiedy rozwiązujemy problemy czysto matematyczne, otrzymujemy dokładne wyniki. Jednakże, gdy używamy matematyki do rozwiązywania problemów w otaczającym nas świecie, rzadko osiągamy absolutną precyzję odpowiedzi. Przybliżenie jest czasami wynikiem uproszczenia rzeczywistej sytuacji w naszych umysłach. Czasami dane wejściowe są przybliżone (np. możemy mierzyć długość lub czas z ograniczoną dokładnością) lub absolutnie dokładny wynik jest realistycznie nieosiągalny i musi zostać zaokrąglony.

Zaokrąglanie do określonej liczby cyfr znaczących jest często stosowane w praktyce (i w poniższych problemach). Zaokrąglamy dodatnią liczbę rzeczywistą r do n cyfr znaczących w następujący sposób:

- Wyrażamy r w postaci $a \cdot 10^b$, gdzie $a \in \mathbb{R}$, $a \in \langle 1, 10 \rangle$ i $b \in \mathbb{Z}$, a następnie zaokrąglamy liczbę a do $n - 1$ miejsc po przecinku zgodnie ze standardowymi zasadami zaokrąglania.
- Np. liczby $r = 31.258\,16$ i $s = 0.023\,123\,6$ zaokrąglamy do czterech prawidłowych cyfr w następujący sposób:

$$\begin{aligned} r &= 31.258\,16 = 3.125\,816 \cdot 10^1 \quad \doteq \quad 3.126 \cdot 10^1 = 31.26 \\ s &= 0.023\,123\,6 = 2.312\,36 \cdot 10^{-2} \quad \doteq \quad 2.312 \cdot 10^{-2} = 0.023\,12. \end{aligned}$$

Warto zauważyć, że zaokrąglanie danych wejściowych może mieć zaskakujące konsekwencje dla dokładności wyniku, na przykład podczas rozwiązywania równań, o czym przekonamy się w poniższej serii problemów.

Ćwiczenie 1. Kierownik hurtowni farmaceutycznej otrzymał fakturę za dwa rodzaje zamówionych szczepionek. Łącznie 401,950 CZK zapłacono za dostarczenie opakowań szczepionek Ixodinum przeciwko zapaleniu mózgu o wartości 597 USD oraz 386 opakowań szczepionek Nopolio przeciwko polio. Jednak podczas wstępnej inspekcji, opakowania szczepionki Ixodinum o wartości 86 USD i opakowania szczepionki Nopolio o wartości 19 USD okazały się przeterminowane i musiały zostać zwrócone. Łącznie zwrócono kwotę 39,600 CZK za przeterminowane leki.

Z ciekawości kierownik chce obliczyć cenę zakupu jednego opakowania obu szczepionek. Nie ma jednak pod ręką kalkulatora ani telefonu komórkowego, więc decyduje się na rozwiązanie przybliżone. Zaokrągla wszystkie znane mu liczby do jednej cyfry znaczącej przed wykonaniem obliczeń.

Jak bardzo jego wynik będzie się różnił od rzeczywistej ceny zakupu? Dla obu rodzajów szczepionek określ bezwzględną różnicę między cenami rzeczywistymi, a także błąd względny wyrażony w procentach.

Ćwiczenie 2. Po kilku miesiącach do magazynu dotarła kolejna dostawa, a mianowicie 504 opakowań szczepionek Antiflu przeciwko grypie po 81 dolarów za opakowania szczepionek Kontradift przeciwko błonicy. Kwota 198,900 CZK została zapłacona za tę dostawę. Podczas wstępnej kontroli, opakowania Antiflu o wartości 98 USD i opakowania Kontradift o wartości 18 USD okazały się przeterminowane. Łącznie 40,700 CZK została zwrócona.

Kierownik magazynu powtórzył swoją procedurę i obliczył przybliżoną cenę zakupu obu leków. Tym razem jednak był zaskoczony. Jaki był powód jego zaskoczenia i jak bardzo jego wynik różnił się od rzeczywistych cen?

Ćwiczenie 3. Przedstaw graficznie układy równań z poprzednich dwóch zadań przy użyciu odpowiedniego oprogramowania. Wyjaśnij różnicę w dokładności wyników obu ćwiczeń porównując ich wykresy.

Literatura

- Biermann K., Grötschel M., Lutz-Westphal B. (2010). *Lepsze niż matematyka: Nowoczesna matematyka stosowana od MATHEON do przyłączenia się*. Berlin: Vieweg+Teubner.