Math4You

2023–2025

La Caída de la Pesca del Bacalao

Los países costeros tienen a su alcance una gran riqueza pesquera en los océanos. Esta riqueza es aparentemente interminable y estable. Sin embargo, se ha demostrado en numerosas y amargas ocasiones que esto no es verdad. Una bastante significativa sucedió en 1992. El Golfo de Newfoundland siempre había sido rico en bacalao (*Gadus morhua*, bacalao del Atlántico). Cada barco que iba a pescar allí nunca se iba sin una buena captura. Pero con el tiempo, la situación empezó a cambiar. A finales de 1980, los biólogos pidieron una reducción del 50 % de la captura para evitar el expolio de la pesca. Sin embargo, debido a que una reducción de la pesca arrastraría a la zona a una recesión, el gobierno decidió no imponer límites. Por desgracia, la naturaleza sigue sus propias leyes. Poco a poco, la situación llegó a un punto en el que era inevitable detener la pesca. La población de bacalao se redujo al 1 % de su nivel original. Por ello, se declaró una moratoria de la pesca. Al principio, la moratoria iba a durar dos años. Sin embargo, a la pequeña población de bacalao no le dio tiempo a recuperarse. Por lo tanto, las restricciones han durado mucho más de lo previsto en un inicio. A pesar de algunas esperanzas de suavizar las restricciones en 2015, la tasa de captura permitida se redujo de nuevo en 2018 tras otro desplome de la población. La moratoria de la pesca provocó la pérdida de empleo de 35 000 pescadores y trabajadores de fábricas de procesamiento de pescado. Esto tuvo enormes repercusiones económicas y sociales en toda la región.

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union.

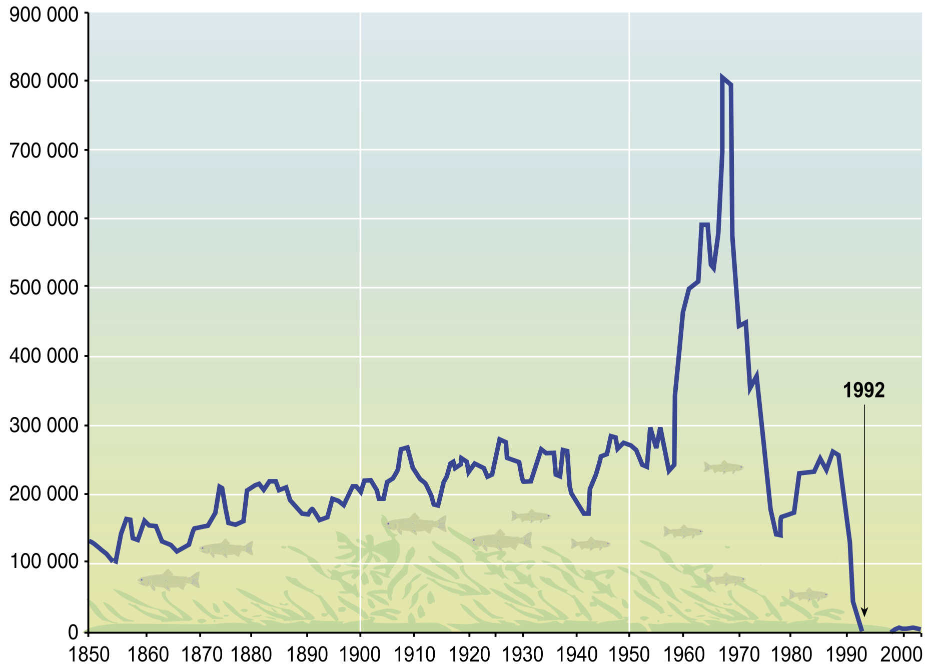

Figura 1: The graph shows the evolution of the Newfoundland cod fishery in tons of fish. Source: Millennium Ecosystem Assessment

Hay que añadir que lo descrito anteriormente no es un caso aislado. De forma simultánea con la caída de la pesca en Newfoundland, una situación similar ocurrió en otras cinco pesquerías canadienses donde se decretó una moratoria de la pesca en 1993 (Southern Grand Bank, St. Pierre Bank, Northern Gulf of St. Lawrence, Southern Gulf of St. Lawrence, Eastern Scotian Shelf). ¿Y has leído la novela de Steinbeck de 1945 *Cannery Row*? Describe la vida alrededor de una fábrica de sardinas en California. Poco después de publicarse la novela, la pesquería empezó a decaer debido a la pesca no sostenible, y hubo que prohibir la pesca comercial en 1967.

Modelización del Crecimiento Demográfico

Con el fin de prevenir las caídas de la pesquería y poder modelizar de forma realista y efectiva el crecimiento de las poblaciones en la naturaleza, se han desarrollado modelos matemáticos de eficacia contrastada a lo largo del tiempo. Un modelo sencillo pero razonablemente preciso describe la tasa de crecimiento de la población usando una función cuadrática:

$$f(N) = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right),$$

donde N es el tamaño de población, $f(N)$ es la tasa de crecimiento de la población, y r y K son constantes. La constante K se llama la capacidad de carga del entorno. Las constantes r y K determinan la capacidad reproductiva de la población y el impacto del entorno en la población. Estas constantes también han dado nombre a la teoría de la selección *r*/*K* que describe dos estrategias vitales básicasque ayudan a las poblaciones de la naturaleza a establecerse y prosperar con éxito. Las poblaciones que se califican como *r*-estratégicas son capaces de reproducirse rápidamente. No se preocupan mucho por su descendencia y compensan los cuidados mediante la abundancia. Estas poblaciones presentan un alto valor de la constante r. En cambio, las K-estratégicas tienen poca descendencia, pero cuidan de ella y pueden hacer frente a los cambios medioambientales. por lo tanto, el tamaño de sus poblaciones está más cerca de la capacidad de carga del entorno que en el caso de las r-estratégicas.

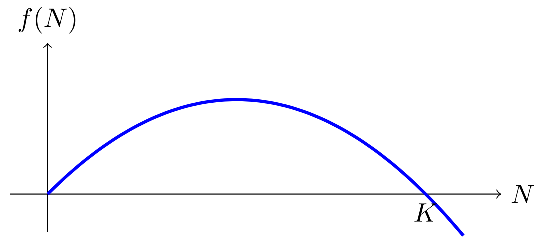

Figura 2: Population growth rate as a function of population size.

La tasa de crecimiento indica cuánto aumenta el tamaño de la población por unidad de tiempo. Si es cero, el tamaño de la población no cambia. Si la tasa de crecimiento es positiva y numéricamente grande, el tamaño de la población crece rápidamente. Si la tasa de crecimiento es negativa, el tamaño de la población disminuye y la población se extingue. En la figura se muestra el gráfico de la función que modela la tasa de crecimiento. Este modelo refleja el hecho bien conocido de que una población de pequeño tamaño se reproduce lentamente (una población pequeña tiene pocos individuos, luego pocos individuos que puedan reproducirse). El modelo también refleja el hecho de que una gran población se reproduce más rápido, pero solo hasta el punto permitido por la capacidad de carga del entorno.

Problemas

Consideremos una población hipotética expuesta a la recolección. Mediremos el tamaño de la población en las unidades adecuadas. Esto puede consistir en número de individuos, en miles de individuos, en toneladas, etc. Por ejemplo, consideremos los parámetros $K = 1000$ y $r = 0{,}1$. Es decir, el tamaño de la población que puede mantenerse en el entorno es 1000, y una población pequeña que no sufre competencia con otras especies crece al 10 % de su tamaño por unidad de tiempo.

Problema 1. Determina el tamaño de la población N_* que garantiza la máxima tasa de crecimiento. Halla esta tasa máxima de crecimiento. A partir de ahora denotaremos este valor por by h_*, ya que también es la máxima tasa de recolección teórica posible (también llamada intensidad de recolección). El valor N_* es el tamaño de la población con esta tasa máxima.

Solución. La función

$$f(N) = rN\left(1 - \frac{N}{K}\right),$$

que describe el crecimiento es una función cuadrática y su gráfica es una parábola. Esta gráfica solo tiene sentido para $N \geq 0$.

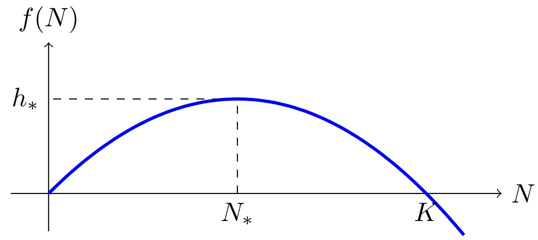

Figura 3: Population growth rate as a function of population size, indicating the maximum possible harvesting intensity h_* and the corresponding stable population size N_*.

Como la función viene dada en la forma de producto de los factores de las raíces, vemos que las raíces son $N = 0$ y $N = K$. La función tiene su máximo en el vértice de la parábola, i.e., para $N_* = \frac{K}{2} = 500$. El valor de la función es

$$h_* = f(N_*) = r\frac{K}{2}\left(1 - \frac{\frac{K}{2}}{K}\right) = \frac{rK}{4}$$

y para los valores dados de las constantes K y r obtenemos

$$h_* = \frac{0{,}1 \cdot 1000}{4} = 25.$$

Comparándolo con la capacidad de carga del entorno ($K = 1000$), vemos que este valor es el 2.5 % de la capacidad de carga del entorno. Dado que la población se estabiliza en la mitad de la capacidad de carga cuando la recolección se realiza con esta tasa, esto significa que la pesca se realiza a una tasa tal que se captura el 5 % de la población actual por unidad de tiempo.

Problema 2. Determina cuántas veces disminuye la tasa de crecimiento de la población si su tamaño baja de N_*, lo que permite la máxima intensidad de recolección posible, al 1 %. Esto es el valor al que habría que reducir ka captura para evitar un mayor declive. (En la práctica, sin embargo, querríamos la recuperación de la población, por tanto, la restricción especificada en este caso por sí sola no es suficiente.)

Solución. Sea N_2 el tamaño de la población después del declive. Entonces

$$N_2 = 0{,}01 N_* = 0{,}01\frac{K}{2}$$

y obtenemos

$$f(N_2) = r \cdot 0{,}01\frac{K}{2}\left(1 - \frac{0{,}01\frac{K}{2}}{K}\right) = 0{,}004975 \cdot r\,K$$

y

$$\frac{f(N_2)}{f(N_*)} = \frac{0{,}004975 rK}{0{,}25 rK} \approx 0{,}02.$$

Si el tamaño de la población baja al 1 %, la intensidad de recolección debe reducirse al 2 % de la intensidad original para evitar un mayor declive.

Problema 3. Supongamos que se pesca con cuidado al 80 % de la captura máxima sostenible h_*. Incluso en este caso es necesaria una cierta precaución. Si la población es demasiado pequeña, no podrá hacer fente a la pesca. Determina cuál es el tamaño mínimo de la población capaz de hacer frente a la pesca a una tasa igual al 80 % de h_* sin decaer.

Solución. De acuerdo con el enunciado, necesitamos resolver la ecuación

$$rN\left(1-\frac{N}{K}\right)=0{,}8\frac{rK}{4}.$$

Podemos resolver los paréntesis y mover todos los términos a un miembro de la ecuación obteniendo

$$-\frac{r}{K}N^2+rN-0{,}8\frac{rK}{4}=0.$$

Para $r=0{,}1$ y $K=1000$ tenemos

$$-0{,}0001N^2+0{,}1N-20=0$$

que se puede reescribir como

$$N^2-1000N+200000=0$$

Las raíces de esta ecuación cuadrática son

$$N_{1,2}=\frac{1000\pm\sqrt{1000^2-4\cdot 200000}}{2}$$

luego

$$N_1\approx 276$$

y

$$N_2\approx 724.$$

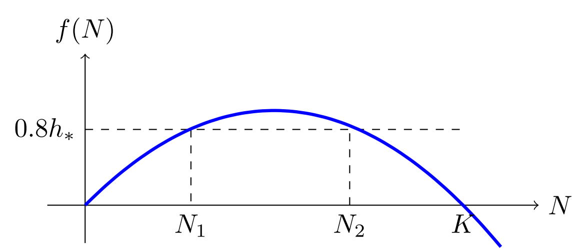

Figura 4: Population growth rate as a function of time, with the set harvesting intensity and states where the harvesting intensity is the same as the natural population growth rate plotted.

La figura muestra la parábola que define la tasa de crecimiento, la recta horizontal que define la tasa de recolección y las intersecciones N_1 y N_2. Para tamaños de población inferiores a N_1 la recolección supera el crecimiento. En esta situación, el crecimiento de la población no es capaz de compensar la tasa de recolección. La población sufre sobrepesca, decae, y se desploma. Para fijar la pesca al 80 % de la captura máxima sostenible, es necesario esperar a que la población crezca hasta un tamaño de $N_1=276$. Este valor es algo más de la mitad de N_*, i.e., más de la mitad del valor en el que la población se estabiliza con la intensidad de recolección máxima sostenible.

Esta última parte demuestra que, tras un desplome de la población, no es posible fijar antes una intensidad de recolección sostenible y esperar una recuperación espontánea de la población. La población debe tener una dinámica de crecimiento suficiente para hacer frente a este nivel de recolección. Es necesario esperar a que la población de peces vuelva a ser suficientemente grande. Solo es posible volver a la intensidad de recolección anterior si se alcanza el tamaño de población que impida la extinción.

Referencias y bibliografía

Bibliografía

- Wikipedie, *Collapse of the Atlantic northwest cod fishery*, `https://en.wikipedia.org/wiki/Collapse_of_the_Atlantic_northwest_cod_fishery`, October 1, 2023
- Ransom A. Myers; Jeffrey A. Hutchings; Nicholas J. Barrowman (1997). *Why do fish stocks collapse? The example of cod in Atlantic Canada* (PDF). Ecological Applications. 7 (1): 91–106. doi:10.1890/1051-0761(1997)007[0091:WDFSCT]2.0.CO;2. JSTOR 2269409.
- *Collapse of the Pacific Sardine (Again)*, `https://fishbio.com/collapse-pacific-sardine/`, October 1, 2023
- *r/K selection theory*, Wikipedie, `https://en.wikipedia.org/wiki/R/K_selection_theory`, October 1, 2023

Fuentes de las Imágenes

- Millennium Ecosystem Assessment: Ecosystems and Human Well-being: Opportunities and Challenges for Business and Industry Ecosystems, `https://www.millenniumassessment.org/documents/document.353.aspx.pdf`, October 1,2023