

Math4You

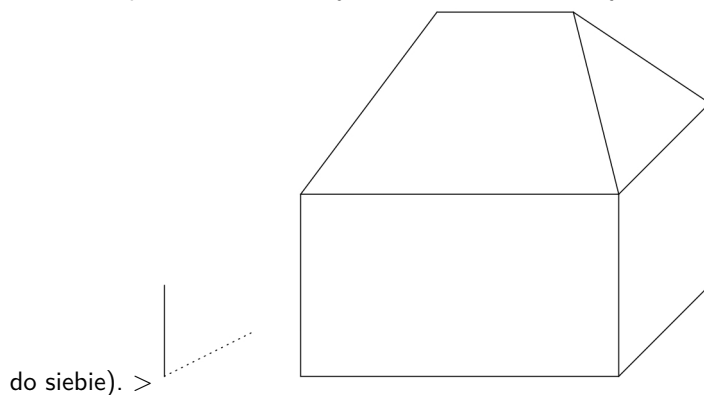
2023–2025

Cień domu

Martin chce przygotować miejsce na płótnie, aby narysować dom w słoneczny dzień. Dlatego zwizualizował prosty model domu w rzucie równoległym (ortograficznym), stojąc na poziomym płaskim podłożu. Dom ma kształt prostopadłościanu z prostym czterospadowym dachem. *Dach biodrowy* to dach utworzony przez dwa trójkąty równoramienne i dwa trójkąty prostokątne. Trapez równoramienny. Wszystkie cztery płaszczyzny dachu mają takie samo nachylenie. Na płótnie obok domu umieścił pionowy pręt i jego cień (patrz rysunek).

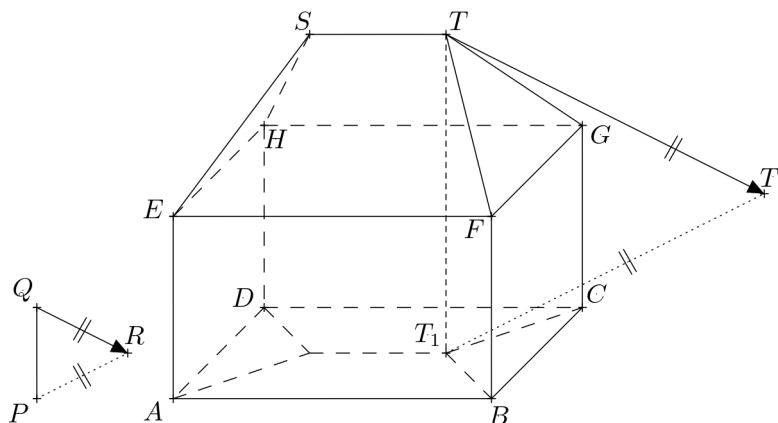
Aby opisać rozwiązanie, będziemy potrzebować następujących terminów:

- *Cień własny* obiektu to nieoświetlona część jego powierzchni. Zamknięta linia na powierzchni obiektu, która oddziela świecące elementy a nieoświetlone części nazywane są *granicą cienia jaźni*.
 - *Cień rzucany* obiektu jest jego projekcją. w kierunku promieni świetlnych na daną płaszczyznę. Stwierdza on, że *granicą rzucanego cienia jest rzucany cień. granicy własnego cienia*.
- Zadanie 1.** Zaznacz na rysunku własny cień domu i >cień domu rzucany na ziemię przez słońce. (Odległość od Słońca do powierzchni Ziemi jest tak duża, że możemy uznać promienie słoneczne za równoległe



Rozwiązanie. Niech P oznacza podstawę pręta, Q jego górny koniec, a R cień rzucany przez punkt Q . Zorientowany segment QR określa zatem kierunek i orientację promieni świetlnych. Linia PR jest rzutem prostopadłym linii QR na płaszczyznę podłoża. W dalszej części tekstu oznaczymy płaszczyznę podłoża przez π . Następnie oznaczymy wierzchołki prostopadłościanu $ABCDEFGH$ i punkty końcowe kalenicy dachu przez S i T .

Oświetlona część domu obejmuje lewą i przednią stronę prostopadłościanu i odpowiadających mu części dachu. Granicą cienia własnego jest zatem zamknięty wielokątny łańcuch $ABFTSHDA$. Aby określić granicę cienia rzucanego przez dom, wystarczy skonstruować cienie rzucane na wierzchołki tego wielokątnego łańcucha. Spośród nich A , B i D leżą już w płaszczyźnie π i dlatego o również są swoimi własnymi cieniami. Dlatego, wystarczy skonstruować cienie punktów F , T , S i H . Cień rzucany przez punkt T jest przecięciem promienia świetlnego przechodzący przez nią z rzutem prostopadłym tego promienia na płaszczyznę π . Przypomnijmy, że kierunek promieni świetlnych to wyznaczony przez linię QR i kierunek linii QR . Rzut prostopadły promieni na płaszczyznę π wynosi określony przez linię PR . Prostopadły rzut promienia przechodzi dalej przez punkt T_1 , który jest rzutem prostopadłym punktu T na płaszczyznę π . Jeśli oznaczymy cień rzucany przez punkt T jako T' , jego konstrukcja jest pokazana na rysunku.

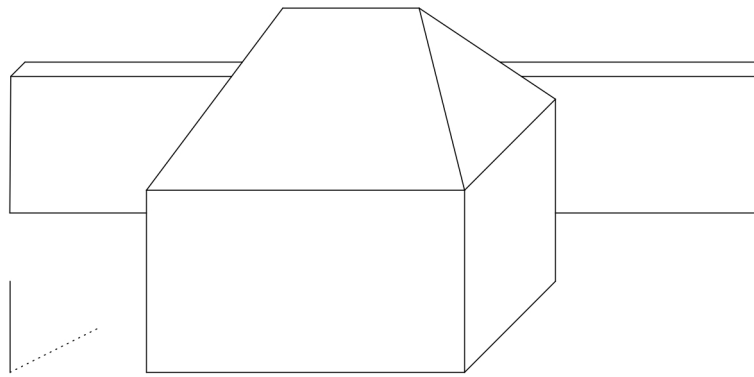


Rysunek 1: Konstruowanie rzucanego cienia punktu T

Konstruujemy cienie rzutowane F' , S' , H' punktów F , S , i H podobnie. Granicą cienia rzucanego przez dom jest wtedy wielokąt $ABF'T'S'H'D$. Podczas cieniowania bierzemy pod uwagę tylko widoczne części siebie i rzucane cienie.

[Cień rzucany i cień własny domu].(math4you_00017_reseni_a2.jpg)

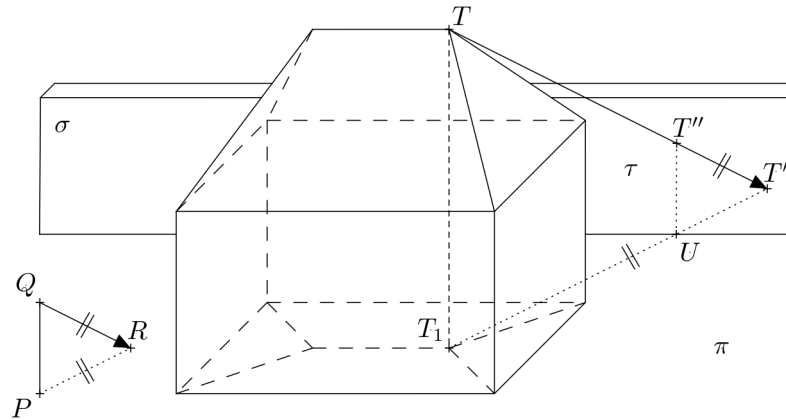
Zadanie 2. Narysuj cień rzucany przez dom, jeśli istnieje nieprzezroczysta ściana za domem, która jest równoległa do frontu i tylnej ściany domu.



Rozwiązanie. Cień własny domu, jego granica i rzucane cienie do płaszczyzny π , które z naszej perspektywy znajdują się przed ścianą, pozostają niezmienione. Oznaczmy przez σ płaszczyznę, w której leży przednia strona dodanej ściany. Dla punktów T , S i H , konieczne jest, aby tworzyły swoje cienie

rzucane na tę płaszczyznę. Opiszmy to dla punktu T .

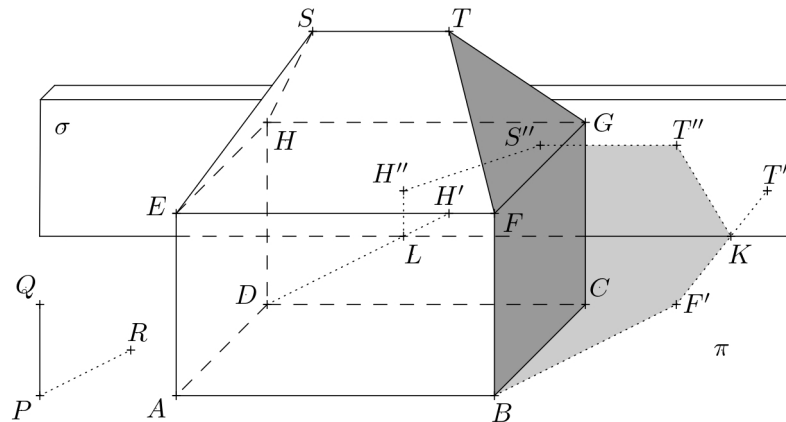
Rozważmy punkty T_1 i T' z poprzedniego ćwiczenia. Niech τ oznacza płaszczyznę TT_1T' , a dalej oznaczmy przez U przecięcie linii T_1T' a dolną krawędź ściany (tj. $\sigma \cap \pi$).



Rysunek 2: Konstruowanie rzucanego cienia punktu za pomocą ściany

Przecięcie płaszczyzn σ i τ również musi przechodzić przez ten punkt, tj. cień T_1T rzucany na punkt w płaszczyźnie σ . Co więcej, to przecięcie musi być pionowe, ponieważ zarówno τ , jak i σ są pionowe. Cień rzucany przez punkt T na płaszczyznę σ (oznacmy go przez T'') leży na wspomnianym przecięciu i linii TT' .

Konstruujemy cienie rzutowane S'' , H'' punktów S i H . Granicą własnego cienia jest wtedy zamknięty wielokąt $ABF'KT''S''H''LDA$, gdzie K (resp. L) leży na przecięciu płaszczyzn σ i π , a także leży na $F'T'$ (odpowiednio DH'). Zaczynamy tylko widoczne części jaźni i rzucane cienie, nie zacinamy części cienia zasłoniętego przez dom.



Rysunek 3: Odlew i cień własny całego domu ze ścianą

Uwaga. W celu lepszej wizualizacji pomocny może być również interaktywny aplet w programie GeoGebra. W aplicie można do pewnego stopnia modyfikować kierunek promieni słonecznych, zob. <https://www.geogebra.org/m/...>

Literatura

1. Pomykalová E. *Deskriptivní geometrie pro střední školy*. Prometheus. 2010. 106—107.