

Math4You

2023–2025

Dźwięk

Dźwięk jest falą mechaniczną, którą odbieramy za pomocą słuchu. Wszyscy ludzie postrzegają wysokość i czas trwania tonu w przybliżeniu w ten sam sposób, ale percepcja głośności jest bardzo subiektywna. Głośność jest określana przez amplitudę oscylacji w medium, przez które rozchodzi się fala dźwiękowa. Ponieważ amplituda fal dźwiękowych nie jest łatwa do zmierzenia, wielkości natężenia dźwięku I i poziomu natężenia dźwięku L są używane do obiektywnego porównywania głośności.

Natężenie dźwięku wyraża ilość energii przenoszonej przez fale dźwiękowe na jednostkę powierzchni prostopadłą do kierunku propagacji dźwięku w jednostce czasu. Zdrowe ucho może wykryć najmniejsze natężenie dźwięku $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ przy częstotliwości 1000 Hz, co odpowiada progowi słyszenia. Z drugiej strony, natężenie dźwięku 10 W/m^2 jest wystarczająco głośne, aby odpowiadać progowi bólu. Jednak dziesięciokrotne zwiększenie natężenia dźwięku I nie odpowiada postrzeganiu dźwięku dziesięć razy głośniej. Dlatego poziom natężenia dźwięku L jest raczej używany do wyrażania głośności dźwięku, który wykorzystuje skalę logarytmiczną w decybelach (dB).

Poziom natężenia dźwięku L w decybelach jest zdefiniowany przez równanie

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0},$$

gdzie I to natężenie dźwięku w danej lokalizacji a $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$, co odpowiada progowi słyszenia. Poziom natężenia dźwięku 60 dB odpowiada głośności normalnej rozmowy, 90 dB to głośność kosiarki do trawy, a 110 dB to głośność dyskoteki.

Istnieje ryzyko uszkodzenia słuchu w przypadku długotrwałego słuchania (nawet jeśli nie odczuwamy bólu) przy głośności wyższej niż 85 dB. Od poziomu głośności wyższego niż 100 dB istnieje ryzyko uszkodzenia słuchu w ciągu kilku minut. Zbadajmy związek między natężeniem dźwięku a poziomem natężenia dźwięku, tj. głośnością odbieraną przez słuch.

Zadanie 1. Natężenie dźwięku wynosi $1,27 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$ podczas słuchania głośnika o mocy akustycznej 20 W w odległości 50 m od niego (zakładają równomierną transmisję fali dźwiękowej do wolnej półprzestrzeni). Ile decybeli zmierzymy w tym miejscu?

Rozwiązanie Do obliczeń używamy definicji poziomu natężenia dźwięku $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, gdzie $I = 1,27 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$ to natężenie dźwięku w danej lokalizacji i $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$.

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \left(\frac{1,27 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}} \right) = 10 \log (1,27 \cdot 10^9) = 91 \text{ dB}.$$

Poziom natężenia dźwięku wynosi 91 dB w odległości 50 m od głośnika, co odpowiada poziomowi hałasu motocykla lub kosiarki.

Zadanie 2. Jak zmieni się poziom natężenia dźwięku, jeśli w lokalizacji z poprzedniego przykładu natężenie dźwięku będzie dwukrotnie większe, tj., $2 \cdot 1,27 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$?

Rozwiązanie. Używamy tego samego wzoru, co w poprzednim ćwiczeniu:

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \left(\frac{2 \cdot 1,27 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}} \right) = 10 \log (2,54 \cdot 10^9) = 94 \text{ dB}.$$

Obliczenia pokazują, że dwukrotność natężenia dźwięku nie odpowiada dwukrotności liczby decybeli. Poziom natężenia dźwięku wzrośnie z 91 dB do 94 dB.

Zadanie 3. Ze wzoru na poziom natężenia dźwięku, znajdź wartość ΔL , przez którą poziom natężenia dźwięku L , zmienia się, jeśli natężenie dźwięku zostanie podwojone z I do $2I$. *Rozwiązanie.* Jest to uogólnienie poprzedniego zadania.

$$\Delta L = 10 \log \frac{2I}{I_0} - 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \cdot \left(\log \frac{2I}{I_0} - \log \frac{I}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{\frac{2I}{I_0}}{\frac{I}{I_0}} \right) = 10 \log 2 = 3 \text{ dB}$$

Przy podwojeniu natężenia dźwięku, poziom natężenia dźwięku wzrasta o 3 dB.

Jest to uogólnienie poprzedniego zadania.

$$\Delta L = 10 \log \frac{2I}{I_0} - 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \cdot \left(\log \frac{2I}{I_0} - \log \frac{I}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{\frac{2I}{I_0}}{\frac{I}{I_0}} \right) = 10 \log 2 = 3 \text{ dB}$$

Poziom natężenia dźwięku wzrasta o 3 dB, gdy natężenie dźwięku podwaja się.

Zadanie 4. Natężenie dźwięku jest odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości od źródła dźwięku. O ile zmieni się poziom natężenia dźwięku, jeśli odległość od źródła dźwięku zostanie podwojona?

Rozwiązanie. Ponieważ natężenie dźwięku I jest odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości, otrzymujemy

$$I = \frac{k}{l^2},$$

gdzie l to odległość od źródła dźwięku. Gdy odległość zostanie podwojona, natężenie dźwięku wyniesie

$$I = \frac{k}{(2l)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{k}{l^2}.$$

. Natężenie dźwięku zostanie zredukowane do $\frac{1}{4}$ jego pierwotnej wartości.

$$\Delta L = 10 \log \frac{\frac{1}{4}I}{I_0} - 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \cdot \left(\log \frac{\frac{1}{4}I}{I_0} - \log \frac{I}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{\frac{\frac{1}{4}I}{I_0}}{\frac{I}{I_0}} \right) = 10 \log \frac{1}{4} = -6 \text{ dB}.$$

Poziom natężenia dźwięku zmniejsza się o 6 dB, jeśli podwoimy odległość od źródła dźwięku.

Zadanie 5. Ze wzoru na poziom natężenia dźwięku $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$, wyraż natężenie dźwięku I . *Rozwiązanie.* Najpierw wyodrębniamy funkcję logarytmiczną $\frac{L}{10} = \log \frac{I}{I_0}$ a następnie używamy odwrotność funkcji logarytmicznej, tj. funkcja wykładnicza:

$$10^{\frac{L}{10}} = \frac{I}{I_0}.$$

Stąd wyrażamy natężenie dźwięku

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}}.$$

Zadanie 6. O ile razy wzrośnie natężenie dźwięku jeśli poziom natężenia dźwięku wzrośnie o 20 dB?

Rozwiązanie. Wartość poziomu natężenia dźwięku zmienia się z $L_1 = L$ do $L_2 = L + 20$ dB. Używamy wzoru $I = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}}$ i wyrażamy iloraz $\frac{I_2}{I_1}$:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{I_0 \cdot 10^{\frac{L_2}{10}}}{I_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{10}}} = \frac{10^{\frac{L+20}{10}}}{10^{\frac{L}{10}}} = 10^{\frac{L+20}{10} - \frac{L}{10}} = 10^2 = 100.$$

Gdy poziom natężenia dźwięku wzrasta o 20 dB, natężenie dźwięku wzrasta stukrotnie.

Literature

1. Kubera, Miroslav; Nečas, Tomáš; Beneš, Vojtěch. *Online učebnice fyziky pro gymnázia - Zvuk*. Dostępne na <https://e-manuel.cz/kapitoly/mechanicke-vlneni/vyklad/zvuk/> [cit. 24.10.2023].