

Math4You

2023–2025

Lodná navigácia

Od 15. storočia boli navigátori vybavení mechanickými pomôckami, ktoré im umožňovali merať uhlovú vzdialenosť medzi dvoma objektmi (napr. hviezd, Slnka a horizontu alebo významné body na vzdialenej pevnine). Spomedzi takýchto pomôcok spomenieme napr. Jakubovu palicu, astroláb alebo námorný sextant¹. Ako zaujímavosť poznamenajme, že napriek svojmu veku má konkrétne sextant, stále svoje miesto ako záloha v prípade náhlej straty signálu GPS a dokonca sa testuje jeho potenciálne núdzové použitie vo vesmíre.² Z ďalších mechanických navigačných nástrojov spomeňme napr. námorný uhlomer, ktorého úloha bude vysvetlená v poznámke po vyriešení prvej úlohy.

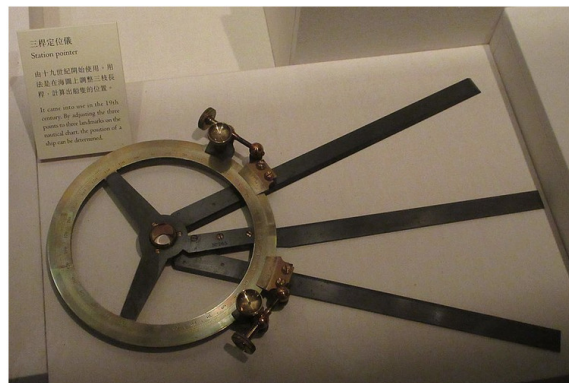
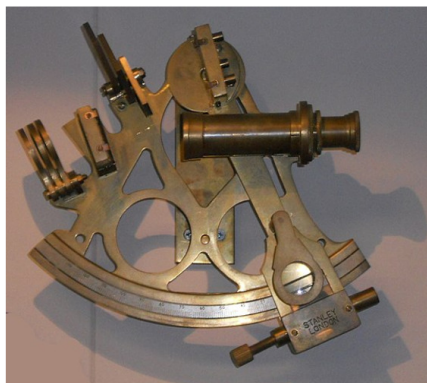


Obr. 1: Jakubova palica (vľavo) a astroláb (vpravo).

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union.

¹Viac informácií o histórii navigácie môžete nájsť napríklad v článku Vondráka (2013).

²Gaskill (2018).



Obr. 2: Sextant (vľavo) a námorný uhlomer (vpravo).

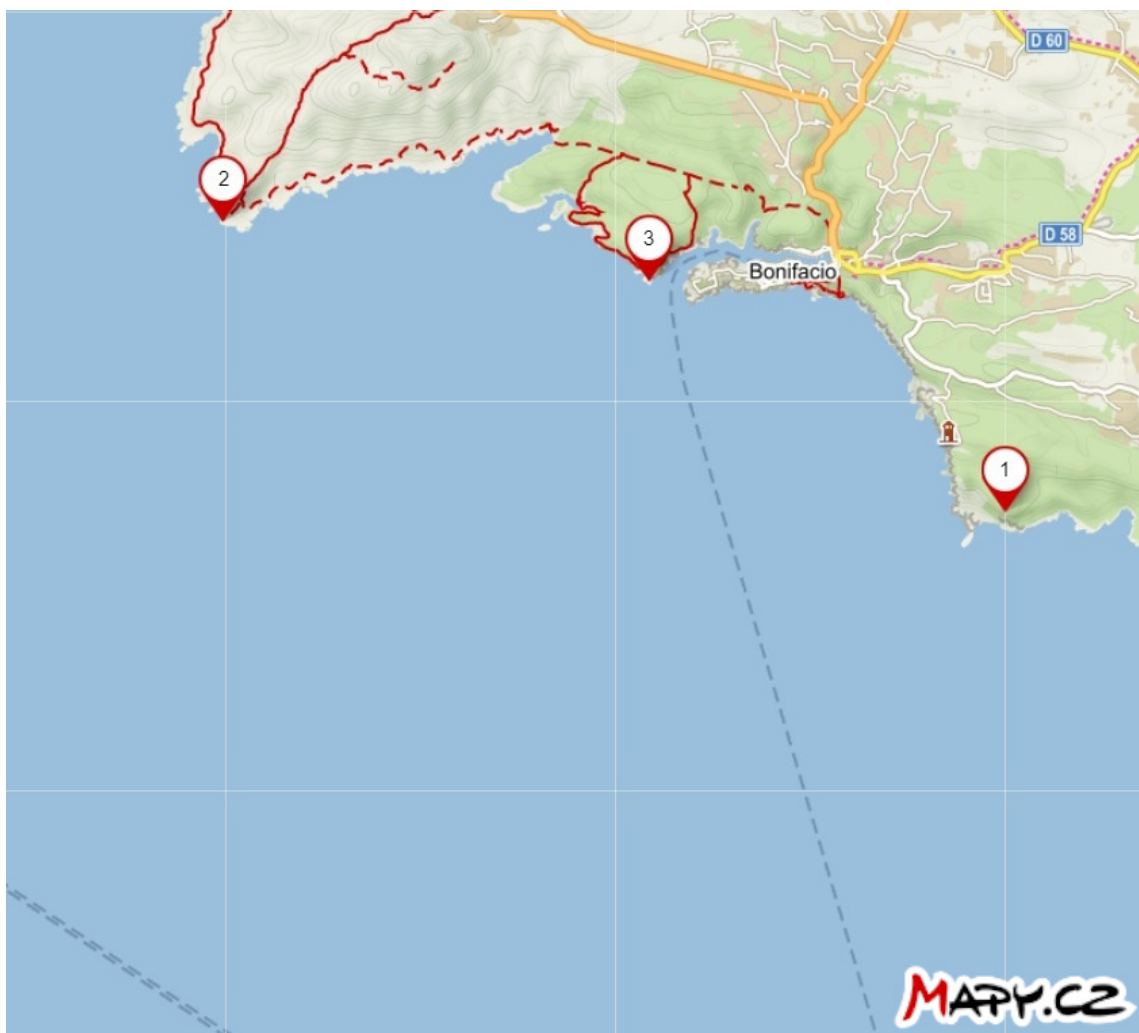
Úlohy

V zadaní nasledujúcich dvoch úloh je mapa, do ktorej majú žiaci kresliť, preto prikladáme zadanie tiež vo forme pracovného listu na vytlačenie.

Úloha 1. Na mape sú vyznačené polohy troch majákov blízko mesta Bonifacio na Korzike. Kapitán lode na mori zmeral dve uhlové vzdialenosti θ dvojice majákov nasledovne:

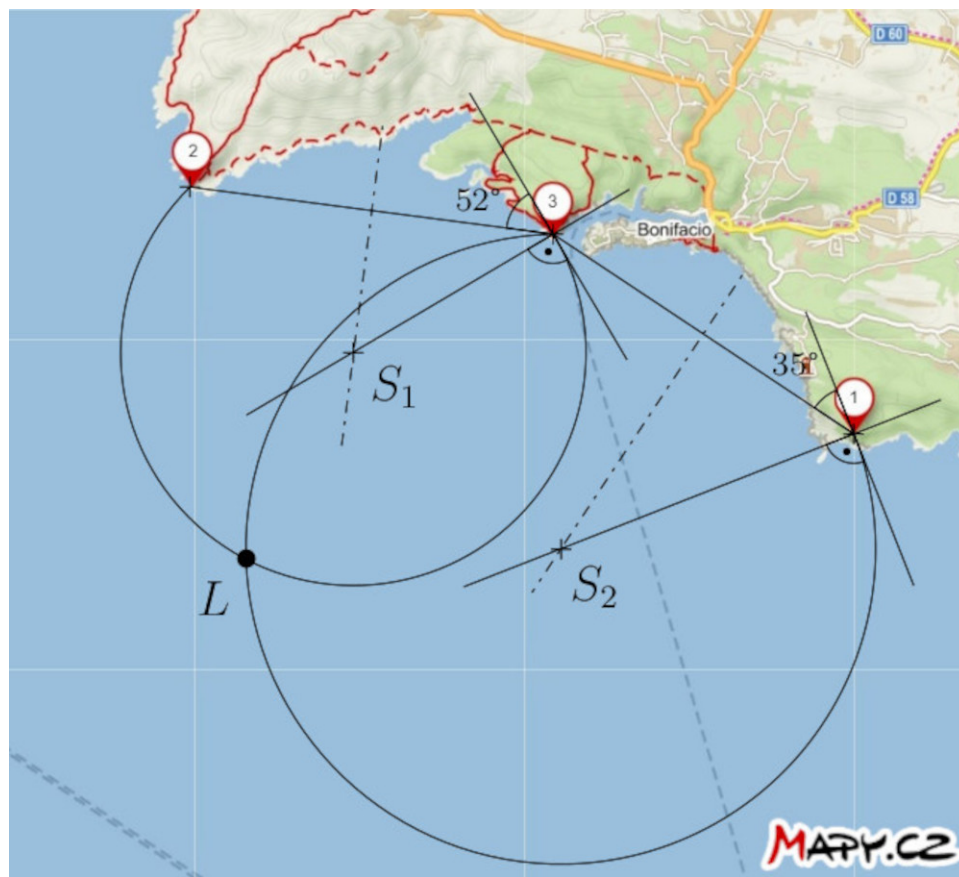
- $\theta(2, 3) = 52^\circ$
- $\theta(1, 3) = 35^\circ$

Zostrojte na mape bod označujúci polohu lode v čase merania. Predpokladajme, že merania prebehli rýchlo za sebou, tzn. poloha lode sa prakticky nezmenila.



Obr. 3: Obrázok k zadaniu úlohy 1

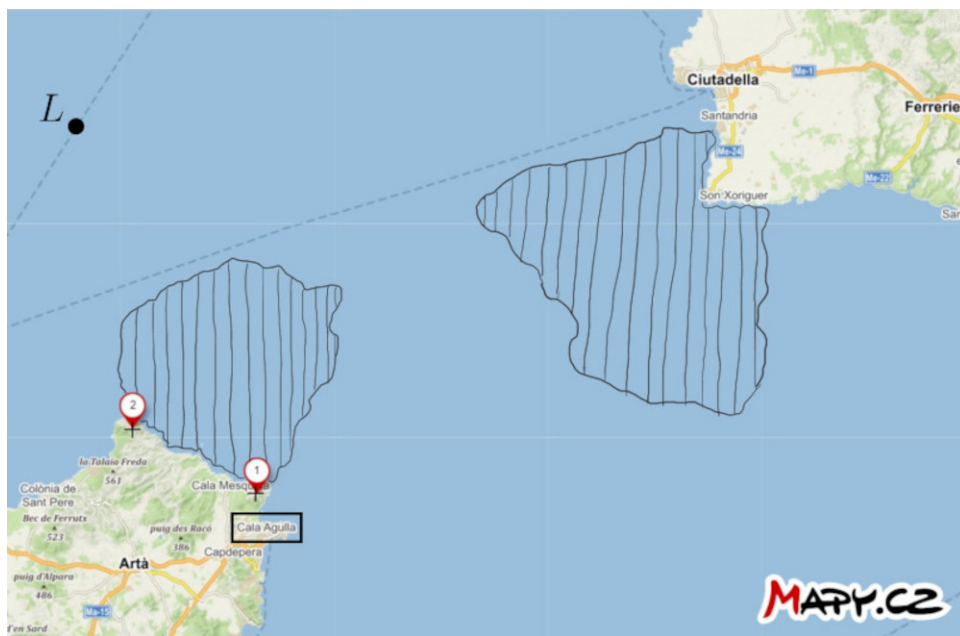
Riešenie. Ak je uhlová vzdialenosť medzi majákmi 2 a 3 nameraná 52° , loď sa nachádza niekde na kružnici (množine G), ktorá zodpovedá vrcholu uhla 52° , ktorý zvierá úsečka s koncovými bodmi 2 a 3. Podobne sa nachádza aj na kružnici (množine G), ktorá zodpovedá vrcholu uhla 35° , ktorý zvierá úsečka s koncovými bodmi 1 a 3. Loď sa teda musí nachádzať v prieniku týchto dvoch kružníc. Samozrejme, berieme do úvahy len tie kružnicové oblúky, ktoré majú zmysel. (Množina G , je množina bodov v rovine, z ktorých je danú úsečku vidieť pod daným uhlom)



Obr. 4: Vyriešená úloha 1

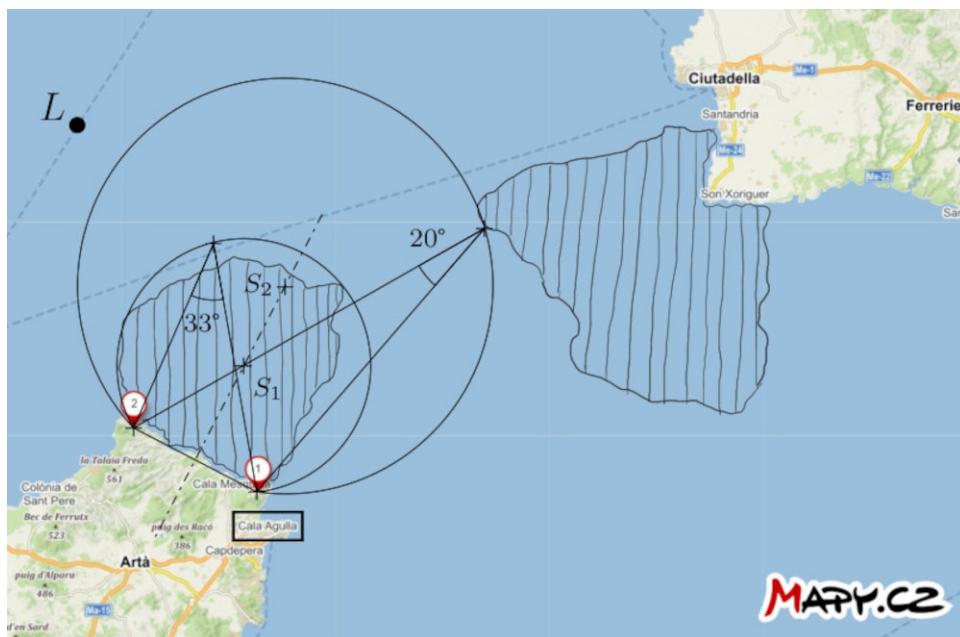
Poznámka. Nástroj, ktorý oslobodil navigátorov od tejto konštrukcie, je námorný uhlomer (nazývaný aj trojramenný uhlomer), ktorý sme už spomenuli. Jeho tri ramená boli na mape nastavené tak, aby prechádzali polohami troch význačných bodov a zvierali uhly nameraných veľkostí. Priesečník ramien potom určoval polohu lode na mape.

Úloha 2. Na mape úžiny medzi ostrovmi Malorka a Menorka sú vyznačené dva výrazné body na pevnine a poloha lode L . Okrem toho sa tiež na mori nachádzajú dve oblasti nebezpečných vôd, v ktorých sú pod vodou prekážky. Nájdite spôsob, ako môže loď preplávať cez nebezpečné vody do prístavu Cala Agulla. Využite schopnosť kapitána lode zmerať uhlovú vzdialenosť medzi dvoma uvedenými bodmi v ľubovoľnom okamihu.



Obr. 5: Obrázok k zadaniu úlohy 2

Riešenie. Zostrojme väčšie oblúky kružníc, označené k_1 a k_2 prechádzajúce bodmi 1 a 2. Stredy kružníc ležia na osi úsečky s koncovými bodmi 1 a 2. Kružnice majú ďalšiu nasledujúcu vlastnosť: Oblúk kružnice k_1 tesne uzatvára prístavu bližšiu nebezpečnú oblasť a oblúk kružnice k_2 sa dotýka vzdialenejšej oblasti. Každý z týchto oblúkov je podmnožinou nejakej množiny G nad úsečkou 12. Zmerajme teraz obvodové uhly prislúchajúce týmto oblúkom. V našom zadaní je tento uhol približne 33° pre oblúk kružnice k_1 a 20° pre oblúk kružnice k_2 .



Obr. 6: Vyriešená úloha 2

Ak je uhlová vzdialenosť medzi bodmi 1 a 2 vzhľadom k lodi menšia ako 33° , môžeme povedať, že loď je s istotou mimo nebezpečnej oblasti bližšie k prístavu. Naopak, ak uhlová vzdialenosť je väčšia ako 20° , loď je mimo nebezpečnej oblasti ďalej od prístavu.

Teraz sformulujme stratégiu navigácie: Kapitán lode by sa mal vydať priamym smerom k bodu 2 a merať uhlovú vzdialenosť medzi bodmi 1 a 2 počas cesty. Ak táto vzdialenosť bude väčšia ako 20° , ale stále menšia ako 33° , stočí loď doľava v smere plavby a obopláva nebezpečnú oblasť tak, že uhlovú vzdialenosť medzi týmito dvoma bodmi udrží vzhľadom na loď medzi 20° a 33° . Tento postup zabezpečí, že loď zostane v bezpečnej oblasti medzi oboma oblúkmi.

Odkazy a literatúra

Literatúra

- Vondrák J. (2013). Historie navigace – od kvadrantu k GNSS. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, 58 (1), 11–20.
- Gaskill M. (2018). *Deep Space Navigation: Tool Tested as Emergency Navigation Device*. NASA. https://www.nasa.gov/mission_pages/station/research/news/Sextant_ISS

Zdroje obrázkov

- Jakubova palica
<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/fa/Jacobstaff.pdf/800px-Jacobstaff.pdf.png>
- astroláb
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/91/Astrolabio_Aveiro_Lisboa_ca1600.jpg/800px-Astrolabio_Aveiro_Lisboa_ca1600.jpg
- námorný sextant
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/55/A_sextant.JPG
- trojramenný uhlomer
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/dd/HKMH_%E9%A6%99%E6%B8%AF%E6%AD%B7%E5%8F%B2%E5%8D%9A%E7%89%A9%E9%A4%A8_HK_Museum_of_History_%E4%B8%89%E6%A1%BF%E5%AE%9A%E4%BD%8D%E5%84%80_Station_pointer_March_2017_IX1.jpg