

Math4You

2023–2025

Nawigacja na statku

Od XV wieku nawigatorzy byli wyposażeni w mechaniczne pomoce, które pozwalały im mierzyć odległość kątową między dwoma obiektami (takimi jak gwiazdy, słońce i horyzont lub znaczące punkty na odległym lądzie). Wśród takich pomocy można wymienić laskę Jakuba, astrolabium czy sekstant morski.¹ Warto zauważyć, że pomimo swojego wieku, sekstant, w szczególności, nadal ma swoje miejsce jako kopia zapasowa w przypadku nagłej utraty sygnału GPS a nawet jest testowany pod kątem jego potencjalnego awaryjnego wykorzystania w kosmosie.² Spośród innych mechanicznych narzędzi nawigacyjnych wspomnijmy o wskaźniku stacji, którego rola zostanie wyjaśniona w notatce po rozwiązaniu pierwszego zadania.

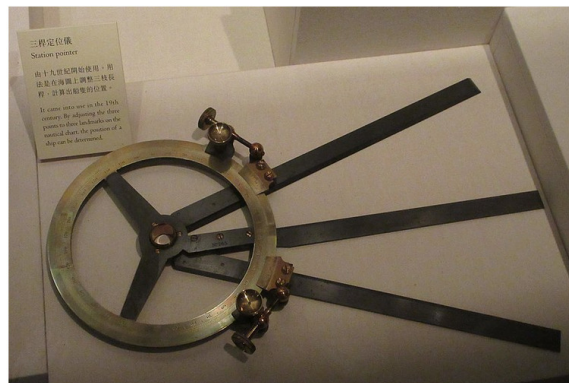
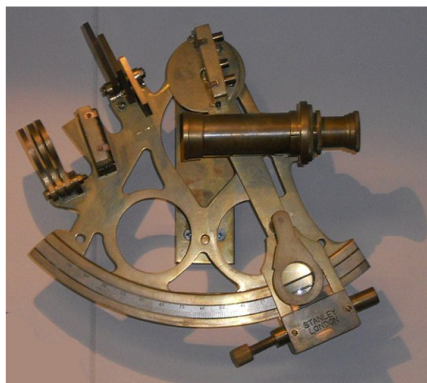


Rysunek 1: Laska Jakuba (po lewej) i astrolabium (po prawej)

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union.

¹Więcej informacji na temat nawigacji można znaleźć w artykule Vondrák (2013).

²Gaskill (2018).



Rysunek 2: Sekstant (po lewej) i wskaźnik stacji (po prawej).

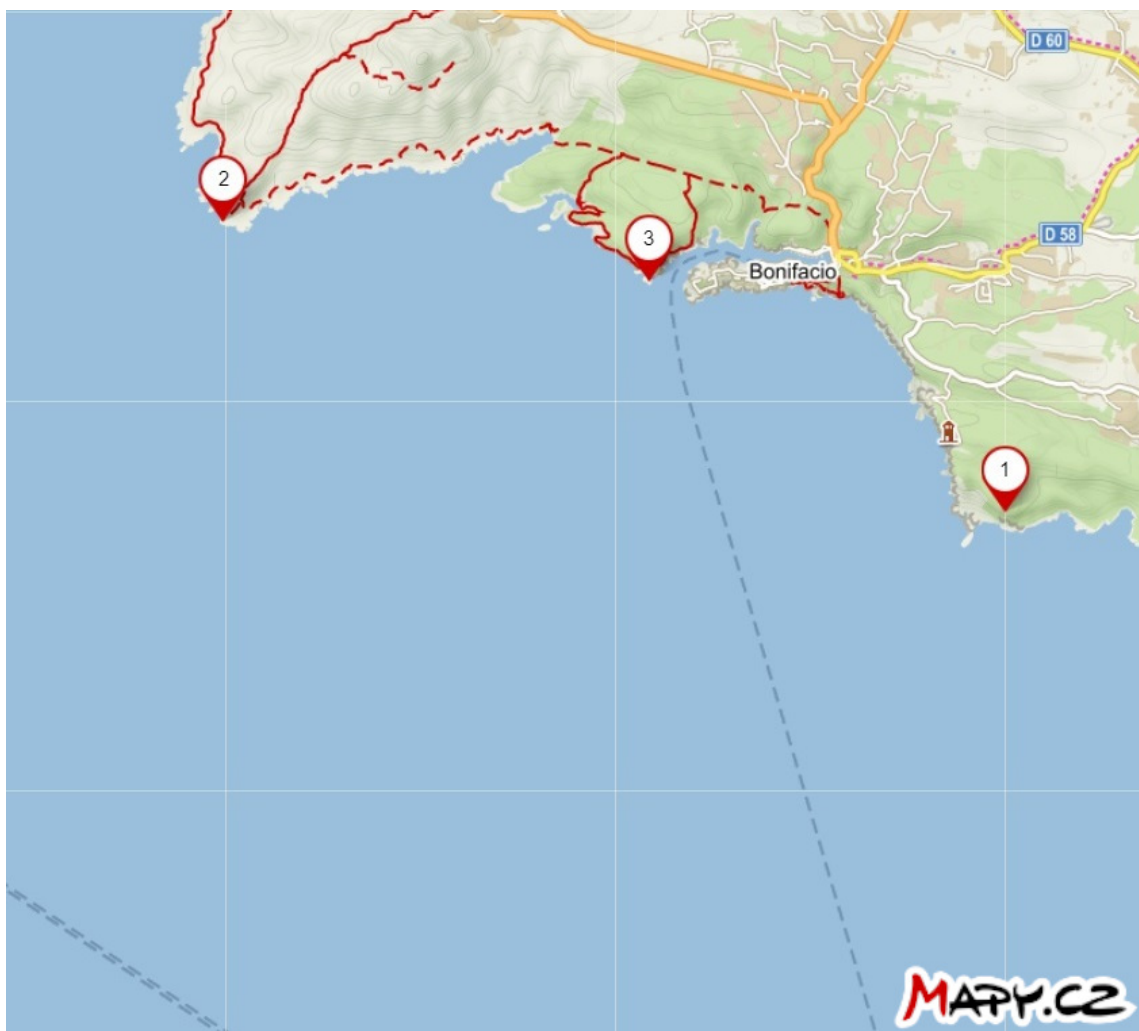
Zadania

Poniższe dwa zadania zawierają mapę, którą uczniowie będą musieli nakreślić. W związku z tym udostępniamy te zadania również w formie arkuszy do wydrukowania.

Zadanie 1. Na mapie zaznaczono pozycje trzech latarni morskich w pobliżu miasta Bonifacio na Korsyce. Kapitan statku na morzu zmierzył dwie > odległości kątowe, oznaczone θ , między dwiema parami latarni morskich w następujący sposób:

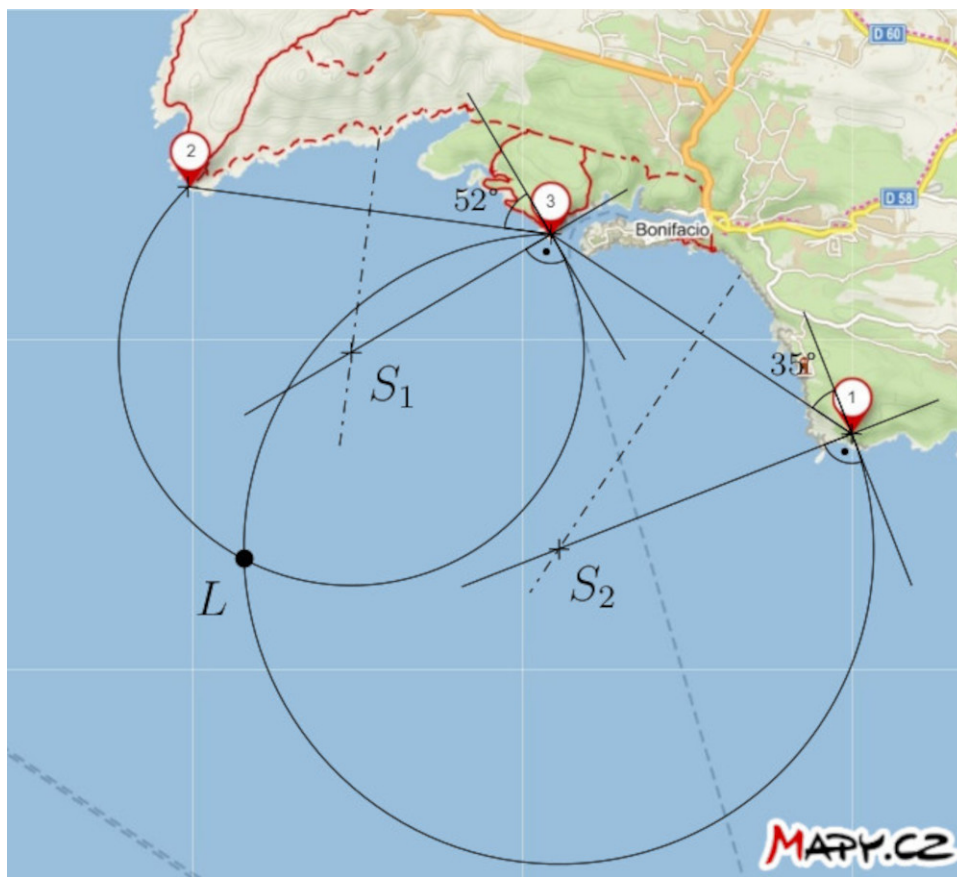
- $\theta(2, 3) = 52^\circ$
- $\theta(1, 3) = 35^\circ$

Skonstruuj punkt na mapie wskazujący pozycję statku w momencie pomiaru. Załóżmy, że pomiary zostały wykonane w krótkim odstępie czasu, tzn. pozycja statku praktycznie się nie zmieniła.



Rysunek 3: Obrazek do zadania 1

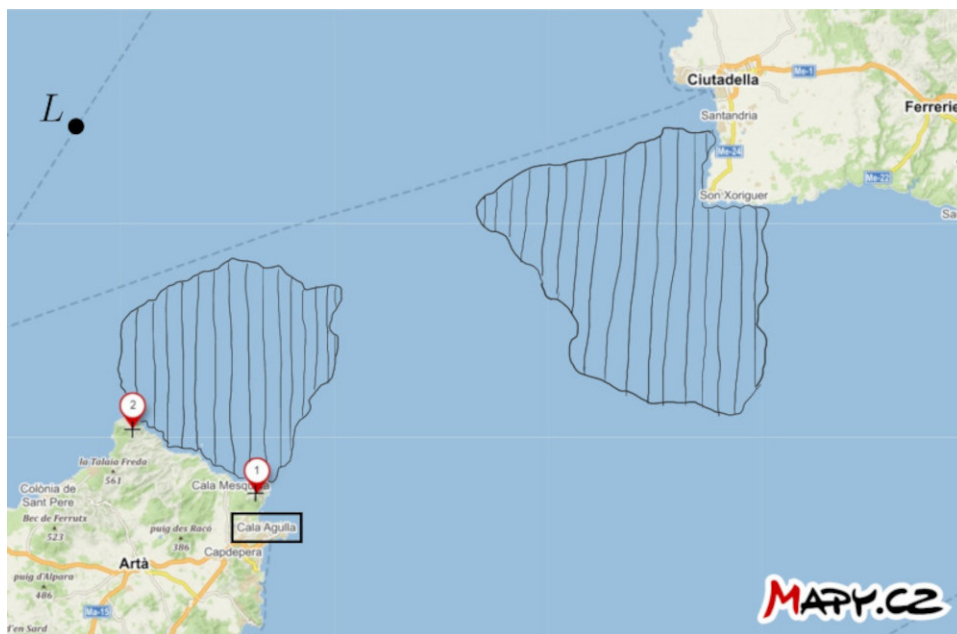
Rozwiązanie. Jeśli odległość kątowna między latarniami 2 i 3 wynosi 52° , statek znajduje się gdzieś na okręgu, który odpowiada położeniu wierzchołka kąta 52° odchodzącego od odcinka o końcach z punktami końcowymi 2 i 3. Analogicznie, statek znajduje się również na okręgu, który jest punktem wierzchołka kąta 35° odejmującego odcinek o końcach 1 i 3. Zatem statek musi znajdować się na przecięciu tych dwóch okręgów. Oczywiście bierzemy pod uwagę tylko te łuki okręgów, które mają sens.



Rysunek 4: Rozwiązanie zadania 1

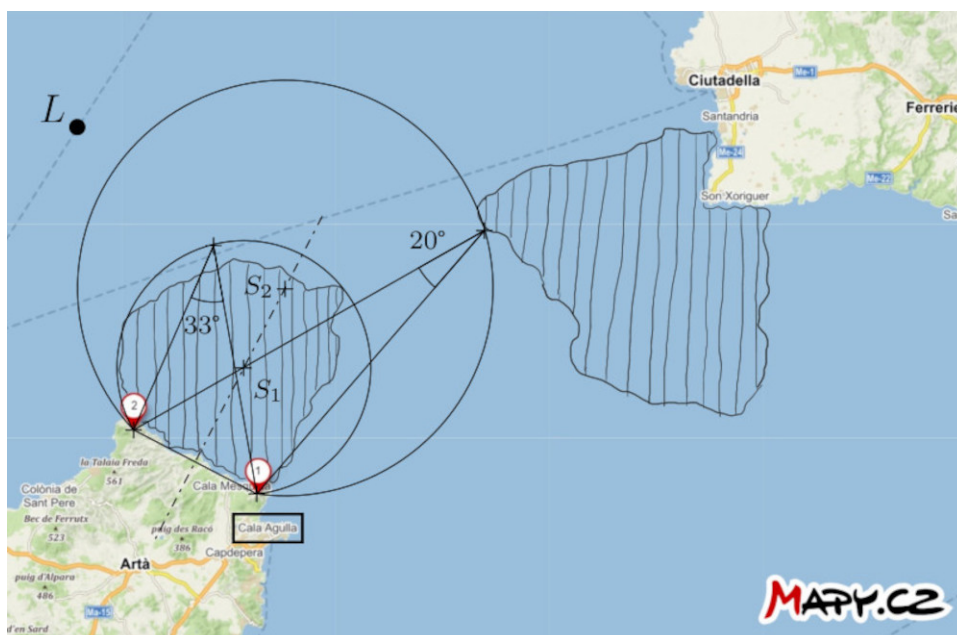
Notatka. Narzędziem, które uwolniło navigatorów od tej konstrukcji jest wskaźnik stacji (zwany również trójramiennym kątomierzem), o którym już wspominaliśmy. Jego trzy ramiona były ustawione na mapie w taki sposób, że przechodziły przez pozycje trzech istotnych punktów i tworzyły kąty mierzonych wielkości. Przecięcie ramion wyznaczało następnie pozycję statku na mapie.

Zadanie 2. Na mapie cieśniny między wyspami Majorka i Minorka, zaznaczone są dwa ważne punkty na stałym lądzie oraz zaznaczono pozycję statku L . Dodatkowo, wskazano dwa obszary niebezpiecznych wód, zawierające podwodne przeszkody. Znajdź sposób, aby statek mógł przepłynąć przez niebezpieczne wody do portu Cala Agulla. Wykorzystaj umiejętność kapitana statku do zmierzenia odległości kątowej między dwoma wspomnianymi punktami w dowolnym momencie.



Rysunek 5: Zadanie 2

Rozwiązanie. Skonstruujmy większe łuki okręgów, oznaczone jako k_1 i k_2 przechodzące przez punkty 1 i 2. Środki okręgów leżą na osi odcinka o końcach 1 i 2. Okręgi mają następującą dodatkową własność: łuk okręgu k_1 ciasno otacza niebezpieczny obszar bliżej portu, a łuk okręgu k_2 ciasno otacza niebezpieczny obszar bliżej portu, a łuk okręgu k_2 jest styczny do bardziej odległego obszaru. Każdy z tych łuków jest podzbiorem pewnego miejsca wierzchołka kąta odejmującego odcinek o końcach 1 i 2. Zmierzmy teraz kąty wpisane odpowiadające tym łukom. W naszej sytuacji kąt ten wynosi w przybliżeniu 33° dla łuku okręgu k_1 i 20° dla łuku okręgu k_2 .



Rysunek 6: Rozwiązane zadanie 2

Jeśli odległość kątowa między punktami 1 i 2 w odniesieniu do statku jest mniejsza niż 33° , możemy powiedzieć, że statek jest pewnie poza strefą zagrożenia bliżej portu. I odwrotnie, jeśli odległość kątowa przekracza 20° , statek znajduje się poza strefą niebezpieczną dalej od portu.

Sformułujmy teraz strategię nawigacji: Kapitan powinien kierować się w prostym kierunku do punktu 2 i mierzyć odległość kątową między punktami 1 i 2 podczas podróży. Gdy odległość ta będzie większa niż 20° , ale wciąż mniejsza niż 33° , statek powinien skrócić w lewo w kierunku żeglugi, aby nawigować wokół strefy niebezpiecznej, utrzymując odległość kątową między dwoma punktami względem statku między 20° a 33° . Takie podejście zapewnia, że statek pozostaje w bezpiecznym obszarze między dwoma łukami.

Odniesienia i literatura

Literatura

- Vondrák J. (2013). History of navigation - from quadrant to GNSS. * Advances of mathematics, physics and astronomy, 58 (1)*, 11-20.
- Gaskill M. (2018). *Deep Space Navigation: Tool Tested as Emergency Navigation Device*. NASA. https://www.nasa.gov/mission_pages/station/research/news/Sextant_ISS

Źródła obrazów

- Laska Jakuba
<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/fa/Jacobstaff.pdf/800px-Jacobstaff.pdf.png>
- astrolabium
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/91/Astrolabio_Aveiro_Lisboa_ca1600.jpg/800px-Astrolabio_Aveiro_Lisboa_ca1600.jpg
- sekstant
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/55/A_sextant.JPG
- trójramienny kątomierz
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/dd/HKMH_%E9%A6%99%E6%B8%AF%E6%AD%B7%E5%8F%B2%E5%8D%9A%E7%89%A9%E9%A4%A8_HK_Museum_of_History_%E4%B8%89%E6%A1%BF%E5%AE%9A%E4%BD%8D%E5%84%80_Station_pointer_March_2017_IX1.jpg